

DIAGNÓSTICO DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN  
EL APRENDIZAJE DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN EN LOS GRADOS  
CUARTO Y QUINTO DEL CENTRO EDUCATIVO RURAL LA DIVINA  
ESPERANZA, SEDE EDUCATIVA RURAL LA FRIA DEL CORREGIMIENTO DE  
LUIS VERO, MUNICIPIO DE SARDINATA NORTE DE SANTANDER

CARMENSA DURAN JIMENEZ  
ALEJANDRA VILLALBA TORRES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR OCAÑA  
PROGRAMA DE FORMACIÓN COMPLEMENTARIA  
SARDINATA NORTE DE SANTANDER  
2017

DIAGNÓSTICO DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN  
EL APRENDIZAJE DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN EN LOS GRADOS  
CUARTO Y QUINTO DEL CENTRO EDUCATIVO RURAL LA DIVINA  
ESPERANZA, SEDE EDUCATIVA RURAL LA FRIA DEL CORREGIMIENTO DE  
LUIS VERO, MUNICIPIO DE SARDINATA NORTE DE SANTANDER

CARMENSA DURAN JIMENEZ  
ALEJANDRA VILLALBA TORRES

Trabajo de investigación presentado para optar el título de  
Normalista Superior

Directora  
Licenciada LUZ MARINA CASADIEGOS

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR OCAÑA  
PROGRAMA DE FORMACIÓN COMPLEMENTARIA  
SARDINATA  
2017

## NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

**Presidente del jurado**

---

**Jurado**

---

**Jurado**

**Ocaña, octubre 2017**

## **DEDICATORIA**

A Dios quien es nuestro motor que nos impulsa a salir adelante, que es nuestro mejor asesor, que nunca nos falla.

A nuestros estudiantes que son la principal fuente de inspiración y motivación de las necesidades que en nuestro que hacer pedagógico nos surgen. Que sean ellos los principales beneficiarios de nuestro proyecto y que lo puedan transmitir a otros.

También a nuestras familias por brindarnos su apoyo, por permitirnos soñar y ayudarnos a que nuestros sueños se vuelvan realidad.

## **AGRADECIMIENTOS**

Las autoras expresan sus agradecimientos a:

En primer lugar damos gracias a Dios, dedicamos a El nuestro proyecto. Él nos dio la vida, y la fortaleza para lograr nuestra meta. A pesar de los obstáculos.

Nuestro agradecimiento para todas aquellas personas que nos brindaron su apoyo con sus saberes y orientaciones como docentes, docentes asesores, compañeros. En especial a la Docente Luz Marina Casadiegos quien con mucha paciencia y esmero nos orientó en todo el proceso. A nuestras familias que nos han brindado su apoyo incondicional quienes conocen nuestras luchas y nos han acompañado en nuestro quehacer formativo en esta profesionalización.

Muchas gracias.

## RESUMEN

La formación de futuros normalistas, requiere que estos tengan la capacidad de transformar cada vez más su práctica pedagógica, a partir de las experiencias que van desarrollando a lo largo de su praxis. Uno de los problemas detectados por las investigadoras, es la presencia de errores recurrentes en la resolución de operaciones matemáticas en especial las relacionadas con el algoritmo de la división, en los niños de los grados cuarto y quinto del Centro Educativo Rural la Divina Esperanza, Sede Educativa rural La Fría, del corregimiento de Luis Vero municipio de Sardinata Norte de Santander.

Mediante un diseño metodológico descriptivo de tipo explicativo, se recolectó información a partir de la aplicación de un instrumento tipo prueba diagnóstica apoyada con otros instrumentos como la entrevista y la encuesta, por medio de la cual se pudo identificar algunos de los errores más recurrentes en los procesos de resolución de la división; con el fin de aportar finalmente, unas orientaciones metodológicas que les permita a los docentes en el mediano plazo, generar mejoras en los aprendizajes relacionados con la aplicación correcta de los procedimientos para resolver este tipo de ejercicios.

Palabras clave: Error, aprendizaje, división, algoritmo, orientación.

## **ABSTRACT**

The formation of normal futures requires that they have the capacity to transform their pedagogical practice more and more, based on the experiences they develop throughout their praxis. One of the problems detected by the researchers is the presence of recurring errors in the resolution of mathematical operations, especially those related to the algorithm of the division, in the children of the fourth and fifth grades of the Centro Educativo Rural la Divina Esperanza, sede educativa rural La Fría, del corregimiento de Luis Vero municipio de Sardinata Norte de Santander.

Through an explanatory descriptive methodological design, information was collected from the application of a diagnostic test instrument, supported by other instruments such as the interview and the survey, through which it was possible to identify some of the most recurrent errors in the division resolution processes; with the aim of finally providing methodological guidance to enable teachers in the medium term to generate improvements in learning related to the correct application of procedures to solve this type of exercises.

**Keywords:** Error, learning, division, algorithm, orientation.

## CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	18
1. TITULO	20
1. PROBLEMA	21
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	21
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	22
1.3 OBJETIVOS	22
1.3.1 Objetivo general	22
1.3.2 Objetivos específicos	22
1.4 JUSTIFICACIÓN	23
1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES	24
1.6 DELIMITACIONES	24
1.6.1 Delimitación espacial	24
1.6.2 Delimitación temporal	24
1.6.3 Delimitación conceptual	25
2. MARCO REFERENCIAL	26
2.1 MARCO HISTÓRICO	26
2.1.1 Antecedentes empíricos	28
2.1.1.1 Antecedentes institucionales	28
2.1.1.2 Antecedentes regionales	28

2.1.1.3 Antecedentes nacionales	28
2.1.1.4 Antecedentes internacionales	30
2.1.2 Antecedentes bibliográficos	32
2.2 MARCO TEÓRICO	33
2.2.1 Etapas de desarrollo cognitivo según Piaget	33
2.2.1.1 Desarrollo cognitivo	33
2.2.1.2 Etapa sensorio- motora	33
2.2.1.3 Etapa pre operacional	34
2.2.1.4 Etapa de las operaciones concretas	34
2.2.1.5 Etapa de las operaciones formales	34
2.2.1.6 De 7 a los 11 años: periodo de las operaciones concretas	34
2.2.2 Las inteligencias múltiples desde la escuela	36
2.2.2.1 Los 8 tipos de inteligencias de Gardner	36
2.2.2.2 Inteligencia lingüística-verbal	36
2.2.2.3 Inteligencia lógico-matemática	36
2.2.2.4 Inteligencia espacial	36
2.2.2.5 Inteligencia musical	36
2.2.2.6 Inteligencia corporal cinestésica	36
2.2.2.7 Inteligencia naturalista	37
2.2.2.8 La inteligencia intrapersonal	37
2.2.2.9 La inteligencia interpersonal	37
2.2.3 El pensamiento numérico en la educación matemática	37
2.2.4 Desarrollo del pensamiento numérico en la educación matemática	38
2.2.5 Teorías del aprendizaje y sus implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas	39

2.2.6 Aportes de Piaget al desarrollo de la teoría cognitiva y al aprendizaje de las matemáticas	41
2.2.7 Conocimiento matemático de los niños en edad infantil	45
2.2.8 El proceso de enseñanza aprendizaje del pensamiento numérico	46
2.2.9 Teorías que inciden en la enseñanza del pensamiento numérico	50
2.3 MARCO CONCEPTUAL	51
2.3.1 Didáctica de la matemática	51
2.3.2 Pensamiento numérico	52
2.3.3 Concepto de error	53
2.4 MARCO CONTEXTUAL	55
2.4.1 Ubicación geográfica	55
2.4.2 Características físicas, sociales, económicas culturales	56
2.4.3 Misión	58
2.4.4 Visión	58
2.5 MARCO LEGAL	58
2.5.1 Constitución Política de Colombia de 1991	59
2.5.2 Ley 115	60
2.5.3 Derechos	62
2.5.4 Decreto 1278	62
2.5.5 Decreto 1290	63
3. DISEÑO METODOLÓGICO	67
3.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	67
3.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN	67
3.2.1 Fases de la investigación	68

3.2.1.1 Etapa 1: planificación (diagnóstico)	68
3.2.1.2 Etapa 2: aplicación de instrumentos	68
3.2.1.3 Etapa 3: observación	69
3.2.1.4 Etapa 4: reflexión	69
3.2.1.5 Etapa 5: Divulgación de los resultados	69
3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA	69
3.3.1 Población	69
3.3.2 Muestra	69
3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	70
3.4.1 Observación directa	70
3.4.2 Diario de campo	71
3.4.3 La encuesta	71
3.4.4 Entrevista	71
3.5 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	72
3.5.1 Instrumento # 1: observación, situaciones y comportamientos de los estudiantes de 4 y 5 grado de básica primaria en el desarrollo de la clase de matemáticas	72
3.5.2 Instrumento # 2: entrevista a estudiantes	75
3.5.3 instrumento #3: entrevista a padres de familia	77
3.5.4 Instrumento #4: encuesta a estudiantes	78
3.5.5 Instrumento # 5: encuesta a docentes	85
4. PROPUESTA PEDAGÓGICA	92
4.1 TÉCNICAS Y ESTRATEGIAS QUE PERMITEN MEJORAR LA MANERA COMO LOS NIÑOS OPERAN CON EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN	92
4.1.1 Empezar por operar con objetos concretos del medio	92

4.1.2 Pasar de lo concreto a lo abstracto de manera procesual	93
4.1.3 Comprender los términos de la división y su función	94
4.1.4 La evaluación de proceso como estrategia para retroalimentar	94
4.1.5 Rol del maestro en el aula de clase	96
5. CONCLUSIONES	98
6. RECOMENDACIONES	100
BIBLIOGRAFÍA	101
ANEXOS	105

## LISTA DE FIGURAS

	<b>pág.</b>
Figura 1. Ubicación de la Sede Educativa Rural La Fria	56
Figura 2. Ubicación de la vereda la Fría	57
Figura 3. Ubicación municipio de Sardinata	58
Figura 4. Ideas gráficas	93
Figura 5. Ejemplo	94

## LISTA DE CUADROS

	<b>pág.</b>
Cuadro 1. Población y muestra	69
Cuadro 2. Indicadores a observar	73

## LISTA DE GRÁFICAS

	pág.
Gráfica 1. Población y muestra	70
Gráfica 2. Consideras que la división con relación a las demás operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) es	79
Gráfica 3. ¿Para realizar divisiones consideras necesario el aprendizaje de las tablas de multiplicar?	80
Gráfica 4. ¿Consideras que la resta es una operación necesaria para aplicar a la división?	81
Gráfica 5. Identificar los términos de la división	82
Gráfica 6. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor	82
Gráfica 7. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo	83
Gráfica 8. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo	83
Gráfica 9. Probar la división para determinar si quedó bien realizada	84
Gráfica 10. Operar con divisiones donde esté presente el cero	84
Gráfica 11. Identificar los términos de la división	86
Gráfica 12. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor	86
Gráfica 13. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo	87
Gráfica 14. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo	87
Gráfica 15. Probar la división para determinar si quedó bien realizada	88
Gráfica 16. Operar con divisiones donde esté presente el cero	88
Gráfica 17. ¿Consideras fundamental que un estudiante domine las tablas de multiplicar para operar la división?	89

Gráfica 18. Una de las razones que consideras causa mayor dificultad el aprendizaje de la división en los niños es (Señala una) 90

Gráfica 19. Consideras importante el aprendizaje de la división para el contexto de los niños porque 91

## LISTA DE ANEXOS

	<b>pág.</b>
Anexo A. Prueba diagnóstica	106
Anexo B. Entrevista a estudiantes	110
Anexo C. Entrevista a padres de familia	112
Anexo D. Encuesta a estudiantes	113
Anexo E. Encuesta a estudiantes	114
Anexo F. Encuesta a docentes	116
Anexo G. Evidencias	118

## INTRODUCCIÓN

Es con los niños con los que tenemos la mejor oportunidad de estudiar el desarrollo del conocimiento lógico, conocimiento matemático, el conocimiento físico, entre otras cosas.

Jean Piaget

En los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática, el error se hace parte inseparable de la cotidianidad; en la resolución de los problemas y algoritmos matemáticos. Es por eso que los especialistas en matemáticas, proponen diagnosticar y tratar los errores de los estudiantes; discernir acerca de sus concepciones erróneas, para luego presentar estrategias pedagógicas que les permitan reajustar sus ideas.

Actualmente, una de las dificultades referidas por los docentes al momento de desarrollar procesos de enseñanza-aprendizaje, son las relacionadas con los vacíos conceptuales que estos expresan al momento de realizar operaciones y especialmente las fundamentales: (suma, resta, multiplicación y división) lo que ocasiona retrasos en el desarrollo de los contenidos programáticos de un grado, ya que el docente debe dedicar amplias cantidades de tiempo en la nivelación de dichos vacíos, para poder tener un grupo medianamente homogéneo para el desarrollo de las temáticas propias del curso.

Los diagnósticos escolares son una de las herramientas básicas con las que un docente al inicio de un año escolar, identifica las principales dificultades en los aprendizajes claves para la comprensión de los temas del grado para el cual se matricula; sin embargo, las limitaciones en el tiempo son un factor que van en contra del desarrollo de un proceso minucioso de identificación de dificultades en los niños; lo que conlleva a un trabajo paralelo del docente, en el que debe nivelar saberes y aprendizajes en la medida que desarrolla otros nuevos.

Por lo anterior, se torna entonces de suma importancia identificar los errores de los estudiantes, determinar sus causas, teniendo en cuenta los presaberes, para ajustar el plan de estudios del área, donde se propongan estrategias pedagógicas adecuadas para lograr el progreso en el aprendizaje.

La investigación que se plantea alrededor del tema, estará enfocada en diagnosticar y clasificar los errores presentados por los estudiantes de los grados

cuarto y quinto de básica primaria, del Centro Educativo Rural la Divina Esperanza; Sede La Fría, Corregimiento Luis Vero, Municipio de Sardinata.

Mediante la aplicación de una prueba diagnóstica enfocada a la división como operación matemática que ya ha sido transferida en los procesos de enseñanza de estos grados; y con el desarrollo de divisiones entre números naturales, se procederá a la identificación de las principales dificultades en su resolución; para con la información obtenida y apoyada en los aportes de referentes teóricos, se formulen orientaciones pedagógicas que aporten al ejercicio de un proceso de la enseñanza de la división que tenga en cuenta dichos obstáculos y dificultades.

Finalmente, es importante afirmar que la matemáticas como área fundamental del currículo, exige de los docentes un compromiso de profundización y reflexión, en torno a las didácticas propias para la enseñanza de esta área; que garantice la adquisición en los estudiantes de verdaderos aprendizajes y que motive en ellos el deseo por querer profundizar y darle un valor utilitario a la matemáticas en los contextos en los cuales viven y se desarrollan.

## **1. TITULO**

DIAGNÓSTICO DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN EL APRENDIZAJE DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN EN LOS GRADOS CUARTO Y QUINTO DEL CENTRO EDUCATIVO RURAL LA DIVINA ESPERANZA SEDE EDUCATIVA RURAL LA FRIA DEL CORREGIMIENTO DE LUIS VERO MUNICIPIO DE SARDINATA NORTE DE SANTANDER.

## 1. PROBLEMA

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La matemática como área del saber, recibe un alto grado de importancia en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes; ya que gracias al desarrollo de esta, es posible la comprensión del mundo de los números y de las representaciones gráficas que la mente humana debe construir.

La matemática en la básica primaria, se encuentra delimitada y orientada por los estándares básicos de competencias en matemáticas; los cuales están organizados por pensamientos. Uno de estos pensamientos es el numérico y sistemas numéricos donde el algoritmo de la división entre otras operaciones aritméticas con números naturales, debe ser desarrollado por los estudiantes con ayuda de los docentes en los grados cuarto y quinto.

Dentro del listado de enunciados formulados por los estándares del área de matemáticas para el conjunto de grados cuarto y quinto, se encuentra uno que afirma: “Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiere de las relaciones y propiedades de los números naturales”<sup>1</sup>. Lo que quiere decir entonces, que los estudiantes deben resolver problemas que impliquen el desarrollo de operaciones básicas entre ellas la división de números naturales.

Dada las abstracciones que la mente debe desarrollar para la comprensión del significado de lo que los números quieren indicar, los estudiantes presentan un alto grado de prevención y apatía por el desarrollo de procesos de aprendizaje relacionados con este tema.

Para los estudiantes, el aprendizaje de las matemáticas y sus procesos de pensamiento, son un dolor de cabeza; es algo tedioso y sin sentido, situación que dificulta su aprendizaje; porque el estudio de esta área del conocimiento exige una disposición para asimilar sus conceptos; de lo contrario, se bloquea y se le dificulta comprender ciertos aspectos que incluso pueden resultar básicos.

Existen otros aspectos que generan dificultades en el aprendizaje y que están relacionadas con la naturaleza de las matemáticas como: complejidad de los conceptos, estructura jerárquica de los conocimientos matemáticos, el carácter

---

<sup>1</sup> COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: El Ministerio, 2008. p. 82.

lógico, el lenguaje. Otras son producidas por la metodología empleada, que puede resultar ineficaz por varias razones: la orientación inadecuada de los contenidos por parte del docente, ritmo de trabajo, ausencia de los recursos de aprendizaje; y finalmente existen dificultades producidas por las particularidades del estudiantes, tales como: creencias y actitudes sobre las matemáticas, dificultades relacionadas con los procesos del desarrollo cognitivo, causas internas (posibles alteraciones neurológicas).

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente y considerando la división como una operación matemática que implica una exigencia mayor comparativamente con la suma, la resta o la multiplicación; puesto que combina estas en la ejecución del cálculo de los algoritmos, se propone el desarrollo de una intervención pedagógica que permita la identificación de las principales dificultades que se originan en los estudiantes al solucionar situaciones relacionadas con esta operación para lo que se formula a continuación la siguiente situación pregunta problematizadora.

## **1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

Atendiendo a lo expuesto en el planteamiento del problema surge la siguiente pregunta:

¿Qué dificultades se pueden identificar como las de mayor recurrencia en la solución de las divisiones por parte de los niños de los grados cuarto y quinto de básica primaria del Centro Educativo Rural La Divina Esperanza Sede la Fría Corregimiento Luis Vero municipio de Sardinata y qué orientaciones pedagógicas se pueden formular para fortalecer el aprendizaje del algoritmo de la división?

## **1.3 OBJETIVOS**

**1.3.1 Objetivo general.** Identificar y analizar cuáles son los errores más evidentes que presentan los estudiantes de los grados cuarto y quinto de básica primaria del Centro Educativo Rural la Divina Esperanza Sede La Fría corregimiento Luis Vero; cuando se enfrentan a ejecutar procesos algorítmicos de la división entre números naturales.

**1.3.2 Objetivos específicos.** Identificar los errores más recurrentes de los estudiantes en la solución del algoritmo de la división.

Describir los errores identificados a partir de los instrumentos de recolección de información aplicados.

Proponer orientaciones pedagógicas que aporten a los docentes elementos para la disminución en el grado de dificultad que ocasiona la apropiación de este algoritmo matemático.

#### **1.4 JUSTIFICACIÓN**

La realización del presente proyecto radica su importancia en la necesidad de fortalecer en los niños, los procesos de aprendizaje que les permita una mejor comprensión de las operaciones relacionadas con el pensamiento numérico y en especial con la asimilación de la división como operación básica en el aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria.

Teniendo en cuenta que la división es una de las operaciones matemáticas que mayor grado de dificultad causa en la apropiación de su proceso de resolución en los niños, se plantea una intervención que contribuirá a la identificación de los errores más recurrentes, en aras de establecer orientaciones que aporten a docentes interesados en el tema, elementos pedagógicos y didácticos que les permita intervenir de manera acertada cuando se enfrenten a esta situación de aprendizaje.

El contexto de ruralidad de la institución trae consigo una serie de limitantes que hace que los estudiantes acumulen a lo largo del tiempo, vacíos conceptuales y procedimentales que impiden un aprendizaje sólido de las operaciones básicas. Estas limitantes pueden definirse como la falta de escolaridad en los padres de familia para el acompañamiento de los hijos, la movilidad de las familias de una zona rural a otra, o la distancia de estas con el colegio, que ocasiona inasistencia reiterativa, retrasando por ende los aprendizajes al perder el ritmo de los proceso de enseñanza.

Con la realización del diagnóstico matemático, se buscará la obtención de información que permita la identificación de errores relacionados con la lógica de la interpretación y aplicación del algoritmo de la división a situaciones del contexto; para aportar a que en el futuro próximo, los estudiantes del centro educativo focalizado, aprendan a ordenar lógicamente la información diaria que se recibe, a pensar de manera concreta, a ser lógicos en los procedimientos que realizan para el desarrollo de un problema determinado; a ser hábiles y ágiles en actividades

investigativas para aplicar al campo de la tecnología. Es decir, ayudar a que el estudiante sea matemáticamente competente.

Finalmente, con el desarrollo de la propuesta investigativa, se obtendrá información valiosa para la reflexión en torno a la utilidad e importancia de la didáctica en la enseñanza de la matemáticas; logrando así que en el corto y mediano plazo, se adapten dichas estrategias focalizadas en la enseñanza de nuevas temáticas; para garantizar la mejora continua y el alcance de las metas de calidad, que se buscan desde el horizonte institucional y de las políticas de calidad establecidas por el Ministerio de Educación Nacional.

## **1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES**

Como alcances de la presente investigación, pueden relacionarse las orientaciones pedagógicas que se formularán en base a los aportes de los referentes teóricos y que serán de gran ayuda para que los docentes en el futuro, puedan retomar dichas sugerencias, en los procesos de enseñanza que se apliquen al aula de clase; adicionalmente, dichas orientaciones podrán ser objeto de experimentación en el aula, para determinar el impacto que estas puedan generar en los aprendizajes como paso inicial para una posterior investigación.

Como limitaciones pueden preverse, la ausencia de algunos estudiantes para la aplicación de los instrumentos; ya que en tiempo de recolección de cosechas, los padres de familia los utilizan como obreros en los predios donde habitan. Adicionalmente, otra causa que limitaría el ejercicio investigativo, es un eventual receso escolar debido a situaciones de orden público que son comunes en la zona de influencia del centro educativo.

## **1.6 DELIMITACIONES**

**1.6.1 Delimitación espacial.** Este proyecto se llevará cabo en la Sede Educativa Rural La Fría, Centro La Divina Esperanza del Corregimiento De Luis Vero Municipio de Sardinata Departamento Norte de Santander, Colombia. La vereda la Fría está ubicada en el Corregimiento de Luis Vero Municipio de Sardinata.

**1.6.2 Delimitación temporal.** El presente proyecto se desarrollará en un lapso de tiempo de 8 meses. Comprendido entre el mes de marzo al mes de octubre del año 2017.

**1.6.3 Delimitación conceptual.** En este proyecto se tratarán exclusivamente conceptos referentes a los procesos de enseñanza aprendizaje del pensamiento numérico en las matemáticas con un enfoque hacia el algoritmo de la división. Trataremos conceptos como:

- Características cognitivas de los niños que oscilan entre edades de 9 a 11 años.
- Etapas del desarrollo del niño Jean Piaget.
- Etapa de las operaciones concretas.
- Proceso enseñanza-aprendizaje según Piaget.
- Estrategias para el desarrollo de las inteligencias múltiples.
- El concepto de error matemático.
- Pensamiento numérico.
- Teorías del aprendizaje.

## 2. MARCO REFERENCIAL

### 2.1 MARCO HISTÓRICO

El lenguaje matemático a lo largo de la historia, ha desarrollado infinidad de simbolismos que determinan la realización de diversas operaciones; que si bien ocurre en un mundo abstracto, representan igualmente fenómenos situacionales que el hombre utiliza en la cotidianidad para determinar valores concretos.

Las consideradas operaciones matemáticas básicas (suma, resta, multiplicación y división), son sin duda los algoritmos que más relacionan las personas con fenómenos de su entorno; por lo que en la medida que son aprendidos y aplicados con asertividad, les abre a las personas nuevas ventanas para la inmersión al complejo mundo de los números.

La aparición de las operaciones matemáticas, están estrechamente ligadas a los símbolos con los que se les representa y opera por lo que a continuación se referencia parte de la historia del origen de los símbolos con los que se ejecuta la división.

Al igual que con los anteriores signos, existieron diferentes formas de denotar la división por parte de los babilonios, griegos o los matemáticos de la India, que en muchos casos era la misma que para las fracciones, pero nosotros vamos a centrarnos en los símbolos más modernos que fueron utilizándose para la operación de la división.

Uno de esos signos modernos para la división fue un “signo lunar”, o paréntesis, colocado entre los números. Así, para denotar 24 dividido entre 8 se escribía “8)24”. Este signo lo encontramos en la obra *Arithmetica integra* (1544) del matemático alemán Michael Stiefel o en el primer diccionario inglés de términos matemáticos del hidrógrafo Joseph Moxon (1627-1691), que escribe “D)A+B-C” para expresar nuestro  $(A + B - C) : D$ .

Uno de los signos de la división que ha llegado hasta nuestros días es una barra con un punto arriba y otro abajo  $\div$ . Este símbolo fue introducido por el matemático John Rahn en su obra *Teutsche Algebra* (1659).

Este símbolo fue muy utilizado en el mundo anglosajón (Gran Bretaña y EEUU), pero no en el continente europeo, y ha acabado cayendo en desuso, aunque sigue

siendo conocido. En particular, sigue siendo el símbolo que se utiliza en las calculadoras para la división.

El matemático alemán Gottfried W. Leibniz en su *Dissertatio de arte combinatoria* (1666) utilizaba una C tumbada, con la parte abierta hacia arriba para denotar la división. Notación que abandonaría para introducir los dos puntos : en su artículo de 1684 en *Acta eruditorum, Nova Methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, et singulare pro illis calculi genus*, el primer trabajo en el que se introduce el cálculo infinitesimal. Leibniz explica que para la división va a utilizar la expresión “ $x : y$ ”, que significa “ $x$  dividido por  $y$ ”, es decir, “ $\frac{x}{y}$ ”.

Según Leibniz, una de las ventajas del uso de los dos puntos en un texto es que puede mantenerse la división en la misma línea y no hay que introducir espacio extra en la dirección vertical, como ocurre en la notación con la barra horizontal, lo que además hace que se tengan que separar más las líneas

La notación de Leibniz para la multiplicación, el punto  $\cdot$ , y para la división, los dos puntos  $:$ , fue rápidamente adoptada en todo el continente europeo.

Pero como vemos Leibniz hace mención, para explicar los dos puntos, a la notación de la división mediante la utilización de la barra horizontal, con dividendo y divisor, arriba y debajo de la barra horizontal. Esta notación que hoy día sigue siendo muy utilizada en el mundo matemático y el no matemático, por su versatilidad para expresar complicadas expresiones, tiene su origen en la antigüedad. Se sabe que la barra horizontal fue introducida por los árabes, aunque se desconoce cómo se introdujo exactamente, o por quién. En Europa fue el matemático Fibonacci, Leonardo de Pisa (1180-1250), quien utilizó por primera vez la barra horizontal (recordemos que fue Fibonacci quien, tras aprenderlos de los árabes, trae a Europa los números indo-arábicos que utilizamos hoy en día).

Por otra parte, la barra diagonal “/”, tan utilizada hoy en día para expresar una división, no fue más que un recurso tipográfico en los libros impresos en el siglo XVIII para expresar la división mediante la barra horizontal<sup>2</sup>.

El anterior recorrido histórico demuestra la amplia discusión que tuvo a lo largo del tiempo, la adopción de simbolismos para operar con la división; sin embargo, el concepto fundamental de la división como repartición equitativa se ha mantenido

---

<sup>2</sup> CUADERNO DE CULTURA CIENTÍFICA. El origen de los signos matemáticos [en línea]. Disponible en Internet en: <https://culturacientifica.com/2016/01/27/el-origen-de-los-signos-matematicos/>

intacto y es el postulado fundamental que la escuela se empeña en enseñar, pero que aún representa gran dificultad para aprender por parte de los estudiantes.

### **2.1.1 Antecedentes empíricos**

**2.1.1.1 Antecedentes institucionales.** Consultada la biblioteca Institucional, no se hallaron trabajos similares a la propuesta de investigación que se plantea realizar.

**2.1.1.2 Antecedentes regionales.** Consultadas algunas de las principales bibliotecas universitarias de la región, no se hallaron trabajos similares a la propuesta de investigación que se plantea realizar.

**2.1.1.3 Antecedentes nacionales.** A nivel nacional se encuentra:

- División, errores y soluciones metodológicas:

Autores: José Libardo Villota Burgos.

Objetivo: Generar estrategias que permitan ayudar a identificar dichos errores reiterados en el tiempo y que suelen ser reconocidos por los investigadores en educación matemática

Conclusiones: El presente trabajo de investigación destaca la necesidad de que se mire los procesos formativos de los docentes en el área de matemáticas; ya que muchos de los errores que cometen los estudiantes en la resolución de algoritmos matemáticos, están relacionados con falencias en las estrategias de enseñanza e incorporación de los conceptos por parte de los profesores.

Afirma, que la división como operación matemática es quizá la que mejor permite diagnosticar el nivel de aprendizaje de los estudiantes en cuanto al manejo y apropiación de las demás operaciones matemáticas básicas, ya que esta operación implica el manejo apropiado de las otras tres operaciones (suma, resta y multiplicación).

Finalmente, indica que el error más que una forma de penalización en la enseñanza de las matemáticas, debe convertirse en una oportunidad para

identificar vacíos de procedimiento tanto por parte de los educadores como por parte de los estudiantes para de esta manera, introducir los cambios y mejoras necesarias que hagan del aprendizaje de las matemáticas y del desarrollo del pensamiento numérico en especial, un proceso más ameno, agradable y constructivo para los estudiantes.

Año del proyecto: 2014.

Lugar: Institución Educativa Mariano Ospina Rodríguez de San Juan de Pasto.

- Aprendiendo a dividir con TIC:

Autores: María Isabel Pedraza Romero.

Objetivos: Promover el uso cotidiano de las herramientas tecnológicas para fortalecer el desarrollo de los aprendizajes en las tablas de multiplicar y la división en el grado tercero, del colegio Santander de Bucaramanga.

Conclusiones: Con la realización del presente proyecto de intervención, la investigadora apostó por el fortalecimiento de los aprendizajes matemáticos, especialmente los relacionados con el aprendizaje de las tablas de multiplicar y de la división como operación, utilizando las Tecnologías de la Información y la comunicación como apoyo pedagógico. Se resalta del proceso la variedad de aplicaciones y herramientas con las que los estudiantes tuvieron la posibilidad de interactuar para fortalecer los aprendizajes.

Destaca la investigadora que si las herramientas tecnológicas son utilizadas de manera cotidiana por parte de los estudiantes no solo en la escuela sino en el hogar, es posible un desarrollo de mayor gusto por contenidos matemáticos que les pueden causar dificultad en la comprensión como el de la división.

Año: 2014.

Lugar: Colegio Santander Sede F. Departamento de Santander.

#### 2.1.1.4 Antecedentes internacionales

- Propuesta para la enseñanza en el área de matemáticas. ¿Como mejorar las estrategias de calculo con numeros naturales? El juego como un recurso de enseñanza.

Autor: Silvia Chara.

Objetivo general: Brindar herramientas para que los alumnos mejoren su estrategia de cálculo, apuntando a fortalecer un aspecto clave en el desarrollo de trayectorias escolares mas exitosas.

Conclusiones: Para esto a lo largo de la propuesta se promueve el analisis de las propiedades de las operaciones que permiten facilitar los cálculos, asi como la memorización de ciertos repertorios de cálculo. El recurso utilizado fueron los juegos reglados ya que consideran que bajo ciertas condiciones, se constituyen en verdaderas instancias para plantear variedad de problemas matematicos.

Año: 8 de agosto de 2012 Ministerio de Educacion de Argentina.

- Matemática divertida: una estrategia para la enseñanza de la matemática en la educación básica.

Autor: Ivanovvna Milqueya Cruz Pichardo.

Objetivo: Aplicación de algunos juegos didácticos y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de la matemáticas en el nivel basico

Conclusiones: Se dan estrategias de como crear actividades lúdicas para la enseñanza de la matemática de este nivel. Trabajan los aspectos principales que se deben tenere en cuenta al momento de aplicar actividades, seleccionar los recursos y evaluar. Se dan estrategias de como formar grupos cooperativos eficientes, los roles de cada miembro del grupo y Las responsabilidades que tiene los docentes dentro de la formación y desarrollo del trabajo grupal.

Año, ciudad, pais: 2013 Congreso de Educacion Matematica de América Central y del Caribe.

- Taller de interaprendizaje: estrategias creativas para la enseñanza de las matemáticas y su evaluación.

Autor: Juan Pablo Pizarro.

Resumen: El presente trabajo ofrece una interesante propuesta para implementar en la enseñanza del área de matemáticas. La cual nace como una respuesta a la búsqueda de estrategias, formas y maneras para que los alumnos entiendan y sobre todo apliquen en la vida cotidiana las capacidades y conocimientos adquiridos a través de las sesiones de aprendizaje en esta área, por que pareciera que cada día se abre más la brecha entre lo que se les enseña y lo que deben aplicar en la vida diaria, es por eso que para la enseñanza de la matemática, se debe partir desde el enfoque de la resolución de problemas en el cual se parte de una situación problema como eje motivador para el desarrollo de conocimientos y la adquisición de capacidades, y de esta manera lograr un sin número de capacidades matemáticas.

- Algunas estrategias para facilitar el aprendizaje de las matemáticas.

Autor: Manuel Borges Ripoll.

Resumen: En este trabajo se plantean seis estrategias, que podrían facilitar el aprendizaje de las matemáticas y como consecuencia aumentar los índices de éxito escolar, esta propuesta surge tras el análisis y reflexión tanto individual como colectivo de las posibles causas de dificultades observadas en los estudiantes de básica primaria y secundaria en áreas de matemáticas.

Convencidos que unas metodologías pueden favorecer unas más que otras el aprendizaje de las matemáticas, se plantean seis estrategias que se pueden poner en práctica independientemente de la metodología que se utilice, de manera que no suponga un esfuerzo adicional para el profesorado en su práctica docente.

Fecha: 2001.

### 2.1.2 Antecedentes bibliográficos

Realizando un recorrido acerca de aportes de autores connotados e investigadores en el campo de las matemáticas, se referencian a continuación algunos de los hallazgos más destacados

Godino, J. en su libro fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemática para maestros, busca crear un espacio de reflexión y estudio sobre las matemáticas, en cuanto objeto de enseñanza y aprendizaje, y sobre los instrumentos conceptuales y metodológicos de índole general que la Didáctica de las Matemáticas está generando como campo de investigación<sup>3</sup>. A través de su libro aporta al maestro elementos epistemológicos, pedagógicos y didácticos importantes para la enseñanza de las matemáticas; que buscan brindar al maestro las herramientas que les permita mejorar su práctica misma para llevar a sus estudiantes a una verdadera comprensión y apropiación de los saberes matemáticos.

Ospina, L. principales dificultades cognitivas para el aprendizaje de matemática en primaria. En su texto de reflexión, el autor resalta las principales factores asociados a las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas tales como la herencia y anomalías genéticas, que son heredados de padres a los niños, mala atención prenatal o las complicaciones durante el nacimiento que marca la vida del niño desde lo Psicológico y emocional, también puede ser por problemas familiares y situaciones sociales como la pobreza, el abuso y la indiferencia, los conflictos, el estrés, el hacinamiento, la falta de autoestima, entre otros. De su investigación, se destaca los aportes que brinda en relación a la manera como los maestros pueden identificar y catalogar las dificultades, así como las sugerencias didácticas que pueden aportar a la superación de dichos obstáculos en los estudiantes<sup>4</sup>.

Rico, L. En su artículo didáctica de la matemática e investigación, presenta los resultados de su indagación en torno a las especificidades de la didáctica de las matemáticas<sup>5</sup>, destacando que para que esta área ofrezca resultados efectivos en su proceso de enseñanza, es necesario que el educador se aporte de algunas de las herramientas que diferencian la enseñanza de esta disciplina por sobre otras.

---

<sup>3</sup> GODINO, J. Matemática y su didáctica para maestros. Granada: Universidad de Granada, 2003.

<sup>4</sup> OSPINA, L. Principales dificultades cognitivas para el aprendizaje de matemática en primaria. Medellín: Universidad Católica Luis Amigó, s.f.

<sup>5</sup> RICO, L. Didáctica de las matemáticas e investigación [en línea]. Disponible en Internet en: <http://funes.uniandes.edu.co/510/1/RicoL00-138.PDF>

Analiza los problemas en la enseñanza de la matemáticas de España y ofrece insumos que para efectos de la presente investigación, serán importantes para el alcance de una práctica pedagógica efectiva; que le brinde a los estudiantes la posibilidad de mejorar y superar aquellos vacíos conceptuales en relación al manejo de la división como operación básica elemental para el manejo y comprensión de otras.

## 2.2 MARCO TEÓRICO

La esencia de las matemáticas no es hacer las cosas simples complicadas, sino hacer las cosas complicadas simples.

S. Gudder.

### 2.2.1 Etapas de desarrollo cognitivo según Piaget

**2.2.1.1 Desarrollo cognitivo.** Probablemente, la teoría más citada y conocida sobre desarrollo cognitivo en niños es la de Jean Piaget (1896-1980)<sup>6</sup>. La teoría de Piaget mantiene que los niños pasan a través de etapas específicas conforme su intelecto y capacidad para percibir las relaciones.

Estas etapas se desarrollan en un orden fijo en todos los niños, y en todos los países. No obstante, la edad puede variar ligeramente de un niño a otro. Las etapas son las siguientes:

**2.2.1.2 Etapa sensorio- motora.** Esta etapa tiene lugar entre el nacimiento y los dos años de edad, conforme los niños comienzan a entender la información que perciben sus sentidos y su capacidad de interactuar con el mundo.

Logros de esta etapa: la capacidad de entender que estos objetos continúan existiendo aunque no pueda verlos. Esto incluye la capacidad para entender que cuando la madre sale de la habitación, regresará, lo cual aumenta su sensación de seguridad. Esta capacidad suelen adquirirla hacia el final de esta etapa y representa la habilidad para mantener una imagen mental del objeto (o persona) sin percibirlo.

---

<sup>6</sup> APRENDIENDO MATEMÁTICAS. Etapas del desarrollo cognitivo según Piaget [en línea]. Disponible en Internet en: <https://aprendiendomatematicas.com/etapas-de-desarrollo-cognitivo-segun-piaget/>

**2.2.1.3 Etapa pre operacional.** Comienza cuando se ha comprendido la permanencia de objeto, y se extiende desde los **dos hasta los siete años**. Durante esta etapa, los niños aprenden cómo interactuar con su ambiente de una manera más compleja mediante el uso de palabras y de imágenes mentales. Esta etapa está marcada por el egocentrismo, o la creencia de que todas las personas ven el mundo de la misma manera que él o ella. También creen que los objetos inanimados tienen las mismas percepciones que ellos, y pueden ver, sentir, escuchar, etc.

**2.2.1.4 Etapa de las operaciones concretas.** Esta etapa tiene lugar entre los siete y doce años aproximadamente y está marcada por una disminución gradual del pensamiento egocéntrico y por la capacidad creciente de centrarse en más de un aspecto de un estímulo. Pueden entender el concepto de agrupar, sabiendo que un perro pequeño y un perro grande siguen siendo ambos perros, o que los diversos tipos de monedas y los billetes forman parte del concepto más amplio de dinero.

Sólo pueden aplicar esta nueva comprensión a los objetos concretos (aquellos que han experimentado con sus sentidos). Es decir, los objetos imaginados o los que no han visto, oído, o tocado, continúan siendo algo místico para estos niños, y el pensamiento abstracto tiene todavía que desarrollarse.

**2.2.1.5 Etapa de las operaciones formales.** En la etapa final del desarrollo cognitivo (desde los doce años en adelante), los niños comienzan a desarrollar una visión más abstracta del mundo y a utilizar la lógica formal. Pueden aplicar la reversibilidad y la conservación a las situaciones tanto reales como imaginadas. También desarrollan una mayor comprensión del mundo y de la idea de causa y efecto.

**2.2.1.6 De 7 a los 11 años: periodo de las operaciones concretas.** En este periodo el niño puede aplicar la lógica, aplica principios. El niño ya no conoce intuitivamente sino racionalmente<sup>7</sup>. El niño hace uso de algunas comparaciones lógicas, como por ejemplo: la reversibilidad y la seriación. Sin embargo, no maneja todavía abstracciones. Su pensamiento está anclado en la acción concreta que realiza.

Esta etapa está marcada por una disminución gradual del pensamiento egocéntrico y por la capacidad creciente de centrarse en más de un aspecto de un

---

<sup>7</sup> PSICOACTIVA. Las 4 etapas del desarrollo cognitivo infantil de Piaget [en línea]. Disponible en Internet en: <https://www.psicoactiva.com/blog/4-etapas-desarrollo-cognitivo-jean-piaget/>

estímulo. Pueden entender el concepto de agrupar, sabiendo que un perro pequeño y un perro grande siguen siendo ambos perros, o que los diversos tipos de monedas y los billetes forman parte del concepto más amplio de dinero.

Sólo pueden aplicar esta nueva comprensión a los objetos concretos (aquellos que han experimentado con sus sentidos). Es decir, los objetos imaginados o los que no han visto, oído, o tocado, continúan siendo algo místico para estos niños, y el pensamiento abstracto tiene todavía que desarrollarse.

Cuando el niño puede simbolizar operaciones (es decir, puede realizar una imagen mental concreta) sin tenerlo que hacer físicamente. El niño ha desarrollado imágenes realistas internas del mundo que le rodea, de modo que a los 7-8 años de edad un modo concreto de representación visual se ha convertido en la forma predominante de pensar y recordar la experiencia, junto a representaciones kinestésicas y auditivas<sup>8</sup>. Ahora aprende a clasificar y relacionar, y medir distancias y cantidades, por lo tanto realiza un pensamiento constructivo. El contacto con el medio ambiente se mantiene durante esas operaciones mentales, ya que mediante una inversión es posible volver a la forma percibida –un niño va a construir y derribar las construcciones del Lego–. Las operaciones concretas son la base sobre la cual se pueden construir operaciones intelectuales más abstractas. Los niños pequeños y aquellos limitados a las operaciones concretas tienden a centrar la atención en sólo uno de los aspectos más destacados de un objeto, situación o problema a la vez, excluyendo otros aspectos potencialmente relevantes. Piaget le llamó a esta tendencia "centración".

Sin embargo, muy pronto, el mundo del niño se amplía aún más, hasta que incluye información que no es fácil de representar mediante imágenes. (Trate de imaginar un concepto como "libertad" o "equidad"). Cuando esto sucede, el niño se vuelve más propenso a utilizar la representación simbólica, incluyendo el habla interna, usando palabras como símbolos formalizados que "representan" conceptos. Este es el comienzo de la etapa conceptual auditiva digital de desarrollo. En este punto las decisiones propias de los niños y las intenciones pueden ser expresadas como un diálogo interno, mientras que antes eran intenciones "sentidas". Este es el comienzo de la capacidad conceptual cognitiva, que se desarrolla por medio de una educación eficaz.

---

<sup>8</sup> MITCHEL, Gregory. Etapas del desarrollo cognitivo [en línea]. Disponible en Internet en: [http://trans4mind.es/articulos/Gregory/etapas\\_desarrollo\\_cognitivo.html#.WdLMpY\\_WzIU](http://trans4mind.es/articulos/Gregory/etapas_desarrollo_cognitivo.html#.WdLMpY_WzIU)

**2.2.2 Las inteligencias múltiples desde la escuela.** La teoría de las inteligencias múltiples, planteada por el psicólogo estadounidense Howard Gardner<sup>9</sup>, para el aprendizaje y motivación del niño es importante desarrollarlas y tenerlas en cuenta para un aprendizaje activo. Aporta una visión de la inteligencia muy distinta al concepto tradicional.

**2.2.2.1 Los 8 tipos de inteligencias de Gardner.** Gardner sostiene la teoría de que es posible distinguir entre los siguientes 8 tipos de inteligencia:

**2.2.2.2 Inteligencia lingüística-verbal.** Es la capacidad de manejar eficazmente las palabras, manipulando la estructura o sintaxis del lenguaje, la fonética, la semántica y sus dimensiones prácticas. A los escolares que tienen más desarrollada este tipo de inteligencia les encanta redactar historias, leer, jugar con las rimas, hacer trabalenguas y suelen tener facilidad para aprender idiomas.

**2.2.2.3 Inteligencia lógico-matemática.** En los individuos especialmente dotados para esta forma de inteligencia, el proceso de resolución de problemas suele ser muy rápido y natural, mostrando muy buenas capacidades para identificar modelos, calcular, formular y verificar hipótesis, utilizar de forma práctica el método científico y los razonamientos inductivo y deductivo.

**2.2.2.4 Inteligencia espacial.** Hace referencia a la habilidad para apreciar con certeza la imagen visual y espacial, representar las ideas de una manera gráfica e interrelacionar con un objetivo claro y utilidad práctica los colores, las líneas, las formas, las figuras y los espacios. Un alto desarrollo de la inteligencia espacial permite entender muy bien planos y croquis y tener una gran capacidad de orientación, así como destacar en las artes visuales.

**2.2.2.5 Inteligencia musical.** Percibir, distinguir, transformar y expresar el ritmo, timbre y tono de los instrumentos musicales es propio de los niños y adultos que tienen óptimamente desarrollada esta inteligencia.

**2.2.2.6 Inteligencia corporal cinestésica.** La evolución de los movimientos corporales es de gran importancia para todas las especies animales y en los humanos esta adaptación se extiende también al uso de herramientas. Se trata de una inteligencia básica, cuyo desarrollo es necesario para poder realizar

---

<sup>9</sup> REGADER, Bertrand. La teoría de las inteligencias múltiples de Gardner [en línea]. Disponible en Internet en: <https://psicologiaymente.net/inteligencia/teoria-inteligencias-multiples-gardner>

actividades que requieran fuerza, rapidez, precisión, flexibilidad, coordinación óculo-manual y equilibrio.

**2.2.2.7 Inteligencia naturalista.** Es la capacidad de distinguir, clasificar y utilizar elementos del medio ambiente, objetos, animales o plantas, incluyendo habilidades de observación, experimentación, reflexión y cuestionamiento del entorno.

**2.2.2.8 La inteligencia intrapersonal.** Es un concepto de inteligencia distinto que no está relacionado con la posesión de unas determinadas capacidades en el ámbito de las ciencias, las letras o los campos artísticos, sino con la autoinspección, tener una imagen acertada de uno mismo, así como capacidad de autodisciplina, comprensión y amor propio.

**2.2.2.9 La inteligencia interpersonal.** Se trata de una capacidad muy específica, pero a la que algunas personas saben sacarle mucho partido y gran utilidad práctica: saber distinguir y percibir el estado de ánimo de los demás y responder de manera efectiva a dichas circunstancias.

**2.2.3 El pensamiento numérico en la educación matemática.** Para hablar del pensamiento numérico en la educación matemática, es importante en primer lugar definir a este como toda actividad y creación de la mente que se apoya en el lenguaje como medio para comunicar las ideas y que tiene como centro de su accionar los números<sup>10</sup>.

El pensamiento numérico se encuentra presente en todas las actuaciones humanas y comprende el campo de las cosas abstractas que mayor familiaridad poseen para las personas en las diferentes culturas.

Cuando se aborda este tema desde el campo de la investigación, se hace especial énfasis en los procesos cognitivos que relacionan la naturaleza y características de los aprendizajes numéricos; así como la formación de los conceptos numéricos, los errores y dificultades que se presentan en el proceso de aprendizaje y la adquisición de procedimientos y destrezas para el manejo de los mismos. También se tienen en cuenta los elementos culturales y las maneras como se determina la enseñanza en el ámbito escolar.

---

<sup>10</sup> CASTRO, E. Pensamiento numérico y educación matemática. En CARDEÑOSO, J. y PEÑAS, M. Conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas. Granada.

Algunos autores consideran que el pensamiento numérico es una capacidad innata y que es codificado en la genética de los seres humanos. Según algunos autores, el ser humano, aún en sus estados primarios de desarrollo, posee una facultad que le permite reconocer que algo ha cambiado en una colección pequeña de objetos; cuando sin su conocimiento directo, uno de ellos ha sido eliminado o agregado a la colección<sup>11</sup>.

Sin embargo autores como Piaget, difiere en esta consideración y argumenta que el pensamiento del niño se desarrolla en un ambiente social y físico que ocasiona que el factor numérico sea impregnado en sus estructuras cognitivas de manera procesual atendiendo a las etapas del desarrollo cognitivo consideradas por este.

**2.2.4 Desarrollo del pensamiento numérico en la educación matemática.** El desarrollo del pensamiento numérico en los procesos de enseñanza está ligado a tres elementos<sup>12</sup>.

En primer lugar el docente como agente dinamizador y mediador de los conocimientos que se desean impartir: Weaver, (1957) afirma que los profesores deben potenciar el desarrollo de flexibilidad en el pensamiento y en la acción mediante una enseñanza matemática significativa, que ponga el énfasis en las relaciones numéricas, las leyes básicas o los principios de operación con números, y similares<sup>13</sup>.

Un segundo elemento relacionado con el anterior, es el correspondiente a la metodología de enseñanza; donde se hace especial énfasis que esta debe superar la repetición y la mecanización de conceptos mediante la realización de ejercicios matemáticos, para pasar a un aprendizaje por descubrimiento mediado por el trabajo colaborativo, donde los estudiantes tengan la posibilidad de compartir experiencias.

Finalmente, se considera como tercer elemento, la materia a enseñar y tocando de manera especial la necesidad de formar el sentido numérico de los niños desde tempranas edades: "Si se admite que el Sentido Numérico es una manera especial de pensar sobre los números, entonces las personas deben desarrollar Sentido

---

<sup>11</sup> Ibid., p. 25.

<sup>12</sup> Ibid., p. 25.

<sup>13</sup> Ibid., p. 25.

Numérico desde que son niños y la educación tiene un gran trabajo que hacer en ello<sup>14</sup>.

**2.2.5 Teorías del aprendizaje y sus implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.** Todo profesor toma una serie de decisiones y realiza una variedad de tareas en su trabajo diario que influyen de manera decisiva en el rendimiento de sus alumnos. En la mayoría de los casos, las decisiones para realizar unas u otras tareas de una determinada forma se toman basándose en las creencias que tiene el profesor de que la actuación va a dar buen resultado.

Esto es debido a que las creencias suelen estar basadas en la experiencia, en la intuición y en los buenos deseos de que el resultado del trabajo realizado por dicho profesor sea un éxito.

Sin embargo, estas actuaciones no son suficientes si se desea alcanzar verdaderos aprendizajes. Por lo anterior, un docente además de su experiencia, debe acudir a las teorías y corrientes de pensamiento que aportan a la comprensión de la manera como se puede aprender; para de esta manera, fundamentarse epistemológicamente y desarrollar así, estrategias acordes con las exigencias didácticas de un área como las matemáticas.

Por lo anterior, se exponen a continuación de manera sucinta las dos principales teorías del desarrollo del aprendizaje, que recogen múltiples corrientes de pensamiento y que ofrecen un panorama general para que el maestro reflexione y tenga en cuenta al plantear sus procesos de enseñanza.

**Teoría conductista.** A grandes rasgos se puede decir que la teoría conductista considera que:

- El conocimiento es un conjunto de técnicas y datos a recordar.
- El conocimiento, en sus primeros niveles, se adquiere estableciendo asociaciones.
- Una persona que sabe es aquella que tiene mucha información memorizada y es capaz de recordarla.

---

<sup>14</sup> Ibíd., p. 27.

Thorndike fue uno de los primeros psicólogos conductistas, formuló unas leyes o principios por los que se regía la enseñanza de las matemáticas, dos de dichas leyes son las siguientes:

**Ley del ejercicio.** La respuesta a una situación se asocia con esa situación y cuanto más se emplee en una determinada situación, más fuertemente se asocia con esta, por otro lado, el uso poco frecuente de la respuesta debilita la asociación.

**Ley del efecto.** Las respuestas inmediatamente seguidas de una satisfacción ofrecen mayor probabilidad de repetirse cuando se produzca de nuevo la situación, mientras que las respuestas seguidas de una incomodidad tendrán menos probabilidad de repetirse.

De acuerdo con estos principios del conductismo la enseñanza de las matemáticas es un adiestramiento en la relación estímulo-respuesta.

Aprender matemáticas es un proceso pasivo por parte del alumno que irá copiando de manera fiable todo lo que se le proponga y el profesor. El profesor no tendrá más que ir llenando cada vez más el "recipiente" que en un principio está vacío. Psicólogos conductistas son Skinner y Gagné, entre otros<sup>15</sup>.

**Teoría cognitiva.** A grandes rasgos también, la teoría cognitiva considera que:

- La esencia del conocimiento matemático es la estructura y ésta se forma a través de conceptos unidos entre sí por relaciones que llegarán a configurar un todo organizado.
- El conocimiento se adquiere, por tanto, mediante la adquisición de relaciones y el aprendizaje se hace por uno de estos dos procesos: asimilación, o sea, estableciendo relaciones entre las informaciones nuevas y las ya existentes en el sujeto o por integración que son conexiones entre trozos de información que permanecían aislados.
- Una persona que sabe es aquella capaz de crear relaciones.

---

<sup>15</sup> Castro, E. Desarrollo del pensamiento matemático infantil [en línea]. Disponible en Internet en: <http://wdb.ugr.es/~encastro/wp-content/uploads/DesarrolloPensamiento.pdf>

Se pueden considerar principios de la teoría cognitiva los siguientes:

- Hay que estimular en la formación de relaciones. Como opuesto al aprendizaje de tipo memorístico.
- Hay que ayudar a establecer conexiones y a modificar puntos de vista. Ya que es importante conectar la nueva información con los conocimientos que el alumno posee.
- Hay que estimular favorecer y aprovechar la matemática inventada por los niños ya que estos no imitan de forma pasiva a los mayores sino que son creativos e inventan sus propias matemáticas.

Para la teoría cognitiva la esencia del conocimiento matemático es la comprensión.

Mediante la primera teoría se explican, con claridad, las formas de aprendizaje más sencillas como pueden ser la memorización de un número de teléfono o la formación de hábitos, pero no se da una explicación convincente a las formas más complejas de aprendizaje como puede ser la memorización de información significativa o la resolución de problemas.

La teoría cognitiva ofrece una visión más exacta del aprendizaje y del pensamiento, explica de manera más adecuada el aprendizaje significativo y la resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas en general.

**2.2.6 Aportes de Piaget al desarrollo de la teoría cognitiva y al aprendizaje de las matemáticas.** A partir de las investigaciones de Piaget empieza a tomar importancia la teoría cognitiva del aprendizaje, hasta entonces los métodos empleados en la enseñanza de la matemática escolar estaban basados en otras teorías.

Después de él, muchos investigadores han tomado como punto de partida sus experiencias y conclusiones de las mismas, para realizar investigaciones, que en ocasiones trataban de confirmar y otras criticar los resultados obtenidos por este investigador.

Así unos han rechazado sus conclusiones y otros investigadores las han ratificado e incluso avanzado sobre ellas.

Destacamos como puntos importantes, dentro de la extensa obra de Piaget, las dos ideas siguientes: "los niños construyen conocimientos fuera de la clase" y "todos los niños tienen las mismas estructuras mentales independientemente de su raza y cultura. Todos construyen estructuras lógico-matemáticas y espacio-temporales siguiendo un mismo orden general".

Según Piaget el conocimiento está organizado en un todo estructurado y coherente en donde ningún concepto puede existir aislado. Considera, este autor, que hay cuatro factores que influyen en el desarrollo de la inteligencia.

- La maduración.
- La experiencia con objetos.
- La transmisión social.
- La equilibración.

Explica el desarrollo en términos de procesos de abstracción y distingue entre:

Abstracción simple. Se abstrae lo que se ve y observa en los objetos.

Abstracción reflexiva. Se abstraen las relaciones que hay entre los objetos.

Distingue tres tipos de conocimiento según Kamii (1981)

- Físico.
- Social.
- Lógico-matemático.

El conocimiento físico se adquiere actuando sobre los objetos y el descubrimiento del comportamiento de los mismos se produce a través de los sentidos.

El conocimiento social se obtiene por transmisión oral.

El conocimiento lógico-matemático se construye por abstracción reflexiva.

Además, los conocimientos físico y social tienen en común el que ambos necesitan una información de origen externo al niño, el conocimiento físico está basado en la regularidad de las reacciones de los objetos mientras que el social es arbitrario se origina en acuerdos y consensos y no se puede deducir lógicamente. Estos tres tipos de conocimiento tienen en común la exigencia de actividad por parte del sujeto para su consecución. Entre ellos existen además fuertes lazos de unión, así el conocimiento físico no se puede construir fuera de un marco lógico-matemático, pues no se puede interpretar ningún hecho del mundo exterior sino a través de un marco de relaciones.

Todas las acciones realizadas por un individuo tienen dos aspectos, uno físico y observable en el que la atención del sujeto está en lo específico del hecho y otro lógico-matemático en el que se tienen en cuenta, sobre todo, lo que es general de la acción que produjo el hecho.

El conocimiento lógico-matemático, tiene las siguientes características.

- No es directamente enseñable.
- Se desarrolla siempre en una misma dirección y esta es hacia una mayor coherencia.
- Una vez que se construye nunca se olvida.

De importancia fundamental en la teoría de Piaget es la idea de que el niño en su desarrollo pasa por una serie de estadios o etapas, cada una de las cuales con una característica especial. La capacidad del niño para aprender y entender el mundo está determinada por el estadio particular en que se encuentre. Estos estadios son:

- Período sensorio-motor (edad aproximada 0 a 2 años).
- Período preoperacional (de 2 a 7 años).
- Período de las operaciones concretas (de 7 a 11 años).
- Período de las operaciones formales (desde los 11 años en adelante).

En el primer estadio o período sensorio-motor un logro importante del niño es el darse cuenta de que está separado del resto de las cosas y que hay un mundo de objetos independiente de él y de sus propias acciones.

El período preoperacional comprende un trecho muy largo en la vida del niño, durante el cual ocurren grandes cambios en su construcción intelectual, hecho que habrá que aprovechar y tener en cuenta en su formación. El niño en este estadio presenta un razonamiento de carácter intuitivo y parcial, razona a partir de lo que ve. Domina en él la percepción.

Su estructura intelectual está dominada por lo concreto, lo lento, y lo estático. Es un período de transición y de transformación total del pensamiento del niño que hace posible el paso del egocentrismo a la cooperación, del desequilibrio al equilibrio estable, del pensamiento preconceptual al razonamiento lógico. Se pueden considerar en este período dos etapas:

- Preconceptual de 2 a 4 años en la que el pensamiento está a medio camino entre el esquema sensoriomotor y el concepto. Las estructuras están formadas por conceptos inacabados que producen errores y limitaciones al sujeto. El razonamiento se caracteriza por percibir solamente algunos aspectos de la totalidad del concepto y por mezclar elementos que pertenecen verdaderamente al concepto con otros ajenos a él.
- Intuitiva de 4 a 7 años. El pensamiento está dominado por las percepciones inmediatas. Sus esquemas siguen dependiendo de sus experiencias personales y de su control perceptivo. Son esquemas prelógicos.

El período de las operaciones concretas se caracteriza porque el niño ya es capaz de pensar lógicamente en las operaciones realizadas en el mundo físico. Se hace consciente de que algunos cambios son reversibles y comprenden las

implicaciones que esto comporta. El pensamiento del niño comienza a descentrarse y es capaz de algunas inferencias lógicas.

El estadio final del desarrollo o de las operaciones formales se suele manifestar sobre los 11 años y está caracterizado por la posesión de un pensamiento lógico completo. El niño es capaz de pensar lógicamente, no sólo acerca del mundo físico sino también acerca de enunciados hipotéticos. El razonamiento deductivo característico de la ciencia comienza a ser posible.

**2.2.7 Conocimiento matemático de los niños en edad infantil.** Sobre el conocimiento de los alumnos de nivel infantil las teorías del aprendizaje referidas anteriormente sostiene lo siguiente: La teoría conductista considera que los niños llegan a la escuela como recipientes vacíos los cuales hay que ir llenando, y que aparte de algunas técnicas de contar aprendidas de memoria, que por otra parte son un obstáculo en el aprendizaje sobre aspectos numéricos, los niños de preescolar no tienen ningún otro conocimiento matemático.

La teoría cognitiva por el contrario considera que antes de empezar la escolarización (enseñanza primaria) los niños han adquirido unos conocimientos considerables sobre el número, la aritmética y los objetos que le rodean.

La observación de la realidad de los niños de nuestro entorno, muestra lo que estos son capaces de hacer con la serie numérica antes de llegar a la escuela. Han recibido gran información, en un principio de forma memorística de lo que son las tablas de multiplicar y su relación con la operación de la división. También han desarrollado otros aprendizajes relacionados con el pensamiento numérico como:

- No tienen problemas para citar el número siguiente a otro o el anterior a otro, al menos hasta el diez, si bien el concepto de anterior les es más difícil que el de siguiente.
- Pueden aplicar la regla del valor cardinal en colecciones pequeñas.
- Conocen la relación entre los aspectos ordinales y los cardinales de una misma colección.
- Pueden leer numerales y entender números expresados oralmente.

- Hacen estimaciones de conjuntos pequeños de objetos.
- Comparan tamaños de colecciones utilizando e interpretando correctamente los términos comparativos "mayor que", "menor que" e "iguales".
- A partir de sus primeras experiencias de contar desarrollan una comprensión de la aritmética, el concepto informal de la adición relacionado con la acción de añadir, y el de la sustracción relacionado con quitar.
- Esto permite a los niños resolver mentalmente problemas de suma y resta cuando los números utilizados están de acuerdo con su capacidad para contar.

Todo este conocimiento, que se puede considerar como matemática informal, prematemática o simplemente conocimiento matemático, actúa como fundamento para la comprensión y el dominio de las matemáticas que más tarde aprenderán en la escuela. De acuerdo con este análisis y haciendo un repaso de los conceptos matemáticos que los niños van a estudiar en la enseñanza posterior, se puede decir que las raíces de las actitudes matemáticas de los niños están en el período preoperacional que corresponde a la edad infantil.

La evolución depende tanto del proceso de maduración del sujeto como de su interacción con el medio y no se debe olvidar que la escuela forma parte de ese medio. Apunta Baroody (1988) que el desarrollo matemático de los niños sigue, en muchos aspectos, un proceso paralelo al desarrollo histórico de las matemáticas. Así el conocimiento impreciso y concreto de los niños se va haciendo gradualmente más preciso y abstracto, tal como ha sucedido con el conocimiento de las matemáticas a través del tiempo<sup>16</sup>.

Los niños poco a poco van elaborando una amplia gama de técnicas a partir de su matemática intuitiva. La matemática en los niños se desarrolla teniendo como base las necesidades prácticas y las experiencias concretas. Como ocurriera en el desarrollo histórico, contar desempeña un papel esencial en el desarrollo del conocimiento informal y este a su vez prepara el terreno para la matemática formal.

### **2.2.8 El proceso de enseñanza aprendizaje del pensamiento numérico.**

Vigotski (1933/1979) considera que el juego nace de la necesidad, esto es, de la

---

<sup>16</sup> HERNÁNDEZ, P. Psicología de la educación, corrientes actuales y teorías aplicadas. México: Editorial Trillas, 1991.

frustración. Cuando el niño puede obtener todos sus deseos de forma inmediata no tiene motivación para realizaciones lúdicas. Hace falta un cierto nivel de conciencia sobre lo que no se tiene, o lo que no se es, para entrar en una representación que, deformando la realidad, la recree en un sentido más o menos imaginario, más o menos real pero inalcanzable por el momento. Lo cual permite conocer la riqueza del juego como herramienta educativa en la motivación para resolución de problemas.

La atención es una función activa, relacionada con interés y deseos, implica dirigir el interés hacia un determinado objeto, contenido o situación y sostenerlo, para lo cual también hay que posponer deseos o necesidades inmediatas. Tenemos que pensar la atención en relación a la historia personal y familiar a las sensaciones internas y externas y a los procesos inconscientes<sup>17</sup>.

Entonces, se podría decir que hay niños que se dispersan frente a la dificultad, otros están pendientes de la mirada de los otros están pendiente de la mirada de los otros (compañeros, docente), otros están atentos a sensaciones, deseos, recuerdos o fantasías, otros están tomados por situaciones familiares conflictivas, etc. Es allí donde la propuesta pedagógica planteada formula estrategias para ir abordando los conflictos familiares que se presentan en la comunidad educativa, (las cuales fueron conocidas a través de encuestas e instrumentos como la escala SYPPY; pautas educativas como escuchar a los niños e interpretar sus juegos evaluar hacia donde se dirige su atención y que les impide dirigir la misma hacia los contenidos escolares (tradicionalismo, presión hacia el logro). Así se busca trabajar con las instituciones educativas para orientarlo sobre cómo ayudar al niño en clase.

También en un trabajo interdisciplinario con docentes y directivos. Dado que el mayor nivel de desinterés se encuentra en las actividades de las asignaturas de matemáticas, es importante conocer el concepto mismo de esta y su importancia.

La matemática es una búsqueda constante de patrones y relaciones que se llevan a cabo mediante conocimientos y destrezas que es necesario adquirir, puesto que llevan al desarrollo de conceptos y generalizaciones utilizadas en la resolución de problemas de diversa índole, con el fin de obtener una mejor comprensión del mundo que nos rodea y contribuir a la solución de necesidades específicas de las personas pues a groso modo esta contribuye un poderoso medio de comunicación

---

<sup>17</sup> ORIENTACIONES PADRES. Niños dispersos desatentos [en línea]. Disponible en Internet en: <http://wwworientacionespadres.com/2010/05/niños-dispersos-desatentos-add-adhd.html>.

que sirve para representar, interpretar, modelar, explicar y predecir, como cuando vas a la tienda a comprar desayuno o buscar una dirección complicada<sup>18</sup>.

Es entonces básica y complementaria al mundo de las letras o los pensamientos filosóficos pues parten de nuestra cultura y ha sido una actividad humana desde los primeros tiempos. La matemática, por tanto, permite a los estudiantes apreciar mejor su legado cultural al suministrarle una amplia perspectiva de muchos de los logros culturales de la humanidad. En el tiempo actual más que obligar a un estudiante a que se aprenda la matemática de memoria, es indispensable exigirle mejor su legado cultural al suministrarles una amplia perspectiva de muchos de los logros culturales de la humanidad.

En el tiempo actual mas que obligar a un estudiante a que se aprenda la matematica de memoria , es indispensable exigirle mejor que la utilice de manera correcta diariamente; cuando camina, cuando intuye (pues es la intuicion un referente curricular matematico) cuando habla frente a un publico o en cosas tan simple como cuando realiza cualquier ejercicio fisico.

Por esta razón, el aprendizaje de las matematicas, al igual que el de otras areas, es mas efectivo cuando el estudiante esta motivado, por ello es primordial pensar en estrategias significativas que se tengan en cuenta especialmente en el nivel de primaria. De esta manera resulta fundamental que las actividades de aprendizaje despierten su curiosidad y correspondan a la etapa de desarrollo en la que se encuentra. Ademas es importante que esas actividades tengan suficiente relacion como se dijo anteriormente con experiencias de su vida cotidiana. Para alimentar su motivación, el estudiante debe experimentar con frecuencia el éxito en una actividad matematica. Es relevante hacer énfasis en la importancia de generar en los estudiantes una actitud positiva hacia la matematica y hacia ellos mismo, al mismo tiempo que hace que aprendan interactuando con el entorno fisico y social lo lleva diariamente estar abstrayendo ideas matematicas de todas las areas distintas del conocimiento en aras de obtener cada dia mas la capacidad de investigar, descubrir y crear patrones; asi como se halla en la forma de explicar, describir, y representar relaciones existentes entre lo que aprenda y de lo cual puede hacer uso. El niño aprende a través de la propia accion, en este caso se aborda la pedagogica activa, como tendencia orientadora del quehacer pedagogico, toma como punto de partida para todo aprendizaje la propia actividad, pues es mediante ella, que los niños y las

---

<sup>18</sup> QUINTANA CHILITO, Yesid. Didáctica para el desarrollo de pensamiento matemático. Compilación. Leticia: Universidad de la Amazonía, s.f., p. 16-36.

niñas construyen conocimientos que al ser experimentados e incorporados les, permiten actuar nuevamente sobre la realidad en forma más afectiva y compleja<sup>19</sup>.

A través de la enseñanza de los números desde una perspectiva lúdica, el niño aprende reglas, tratando de asimilar sus procedimientos para usarlos en situaciones de la vida cotidiana, trata finalmente de participar más activamente enfrentándose a los problemas nuevos que surgen constantemente o a los problemas viejos aun abiertos esperando que alguna idea feliz le lleve a ensamblar de modo original y útil herramientas ya existentes o a crear alguna herramienta nueva que conduzca a la solución del problema<sup>20</sup>.

Se cree entonces observando los referentes curriculares del área de matemáticas que lo único que puede sacar a los estudiantes de este trance es crear en ellos el espíritu investigador cuyo objetivo es cumplir como centro crítico de la producción, de conocimiento y de la formación del espíritu intelectual de ellos mismos y de su entorno.

Actualmente presenciamos una revolución pedagógica que sitúa la investigación como lo primordial. Este hecho compromete a “los docentes a trabajar en procura del logro en cuanto a la preparación de una nueva generación de investigadores con capacidad de gestar nuevos conocimientos de tal manera que se debe cambiar la actitud del maestro primero que todo en el conocimiento de la formación y los saberes previos de sus estudiantes y empezara persuadir al joven para que reconozca la importancia de las matemáticas en el afianzamiento de sus capacidades”. (Ley 80/80, artículo 8)

Según Ferdinand de Saussure la significación no es el objeto es por el contrario la imagen mental, el concepto que tenemos de los objetos, que le permite construir y entender expresiones según las necesidades cambiantes de cada situación. Alcanzar la comprensión de los significados requiere del apoyo de los conocimientos previos que actúan en experiencias nuevas y permiten establecer relaciones asociaciones generando ideas y conceptos nuevos.

Así mismo, cuando los estudiantes juegan estableciendo estas relaciones y asociaciones, el nivel de ansiedad baja, la comunicación fluye, el interés crece y la concentración permanece. Además de todo esto, la interacción lúdica, facilitada al maestro la tarea de medir el grado de comprensión de conceptos, la capacidad de

---

<sup>19</sup> HERNÁNDEZ. Op. cit., p. 70.

<sup>20</sup> QUINTANA. Op. cit., p. 20.

ponere en practica determinados conocimientos, la habilidad para comunicar ideas y argumentar propuestas.

Como se puede observar, en todos los niveles educativos se puede llegar a reemplazar ventajosamente algunos trabajos rutinarios por procesos de aprendizaje mas activos. De ahí el valor de incluirlos sistemáticamente en un programa de matematica, desde una propuesta didactica que permita educar desde la lúdica con miras a permitirle a los niños y niñas desarrollarse en áreas que estarán vinculados con ellos en su vida cotidiana.

**2.2.9 Teorías que inciden en la enseñanza del pensamiento numérico.** En la problemática que aborda este proyecto, se encuentra la referente a la distracción de los niños y su poco interés en las clases de la asignatura de matemáticas. Según Alicia Marta Dellepiane, directora de Nepyac misiones 195 de Buenos Aires Argentina. La distracción puede acompañarse de desgano, falta de interés, hermetismo en la comunicación, muchas veces esto no afecta la tarea escolar, pero sí afecta al niño. Esto es lo que el maestro puede informarle al niño cuando la situación se presenta en clase y no se ha detectado en la casa. Decir por qué un niño se distrae no es una pregunta simple porque no tiene una sola respuesta. Los padres pueden ayudar a sus hijos y los maestros a sus alumnos cuando saben escucharlos y admitir la necesidad de abrir un espacio diferente a la casa y la escuela.

El individuo es un ser gregario por naturaleza, tiende a vivir en compañía de otros, por lo cual debe de sujetarse a las normas establecidas por el grupo, así como, participar de la herencia cultural de sus antecesores (Ideus, 1994). Una de las contribuciones esenciales de Vigotsky fue precisamente concebir al individuo como un ser eminentemente social. Siendo uno de sus planteamientos mas importantes en que afirma que los procesos psicológicos superiores se adquieren primero en un contexto social para ser posteriormente internalizados (Carretero 1993).

En cuanto al área de matemáticas y específicamente el sistema numerico, se afirma que en un breve recorrido historico se pueden ver distintas motivaciones para su enseñanza: Villella (1996) recuerda que en Egipto y Mesopotamia se enseñaba con un fin meramente utilitario: dividir cosechas, repartir campo, etc; en Grecia su carácter era formativo, cultivador del razonamiento complementandose con el fin instrumental en tanto desarrollo de la inteligencia y camino de búsqueda de la verdad. Hoy se puede hablar de tres fines: formativo, instrumental y social. Teniendo en cuenta algunos contextos: de producción, de apropiación, de utilización

de saber matemático. Ya nadie discute acerca del carácter democratizador y emancipador del conocimiento y dominio de esta ciencia<sup>21</sup>.

En cuanto a la definición de pensamiento numérico, McIntosh (1992) afirma que “el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”<sup>22</sup>.

## 2.3 MARCO CONCEPTUAL

**2.3.1 Didáctica de la matemática.** En relación a la manera como se enseña esta área del saber, es importante señalar tres sentidos especiales sobre los cuales debe estar centrada la enseñanza.

En primer lugar la matemática como conjunto de conocimientos: en este sentido la enseñanza de las matemáticas, se centra en la manera como los saberes deben ser transmitidos<sup>23</sup> y en la manera como pueden enriquecer y estructurar de forma adecuada los conceptos matemáticos, buscando superar la aparente significación formal y deductiva.

Un segundo sentido didáctico de las matemáticas es el sentido social y se define como el conjunto de acciones de un grupo de profesionales en las matemáticas que hacen posible su enseñanza<sup>24</sup>. Abarca el conjunto de conocimientos, procesos y condiciones que posibilitan las interacciones en el aula de clase entre los estudiantes y los docentes.

En tercer lugar, la didáctica de las matemáticas como disciplina científica, es entendida como la totalidad de marcos teóricos, metodológicos, estructuras

---

<sup>21</sup> ALLIAUME, Javier. Didáctica de la matemática. Concepto de número, los sistemas de numeración [en línea]. Disponible en Internet en: <http://www.monografias.com/trabajos25/didactica-de-matematica/didactica-de-matematica.shtml>.

<sup>22</sup> COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares de matemáticas. Op. cit., p. 89.

<sup>23</sup> RICO, L. Didáctica de las matemáticas e investigación [en línea]. Disponible en Internet en: <http://funes.uniandes.edu.co/510/1/RicoL00-138.PDF>

<sup>24</sup> *Ibíd.*, p. 4.

conceptuales, análisis históricos y epistemológicos que permiten interpretar, predecir y actuar sobre un determinado campo de fenómenos<sup>25</sup>.

Lo expuesto anteriormente, indica la exigencia de que una formación y en especial apropiación por parte de los maestros, en torno a los sentidos de la didáctica de la matemática como herramienta para la enseñanza y como área de investigación de la educación.

Es importante igualmente clarificar el concepto de didáctica de las matemáticas como disciplina que tienen por objeto delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático.

**2.3.2 Pensamiento numérico.** Un análisis semántico de las palabras que forman la expresión pensamiento numérico nos lleva a una aproximación de su significado de forma general se puede decir que pensamiento es toda actividad y creación de la mente, todo aquello creado a través del intelecto. Es un proceso psicológico muy ligado al lenguaje. El acto de pensar es interno al sujeto y queda bajo su voluntad exteriorizarlo o no, es decir realizar alguna actuación que ponga de manifiesto tal pensamiento. Las manifestaciones se pueden hacer a través del lenguaje, ya sea hablado, escrito, de signos, o mediante representaciones gráficas sobre un soporte material (papel, pantalla u otro). Del vocablo numérico, por su parte, se puede decir que esta referido a los números y (...) es mucho más fácil utilizar números que especificar qué son realmente. Los números cuentan cosas, pero no son cosas: podemos coger dos tazas pero no podemos coger el número "dos". Los números denotan por símbolo, pero no son símbolos: diferentes culturas utilizan diferentes símbolos para el mismo número. Los números son abstractos y sin embargo nuestra sociedad se basa en ellos y no podría funcionar sin ellos. Los números son una construcción mental, y sin embargo tenemos la sensación de que seguirán teniendo significados incluso si la humanidad fuera barrida por una catástrofe mundial y no quedara ninguna mente para contemplarlos. (Stewart, 2008 pg11). Concluimos de aquí que el pensamiento numérico trata de aquello que la mente puede hacer con los números. Dicho pensamiento estará más desarrollado cuantas más complejas sea la acción que realice el sujeto con los mismos. Pocas cosas abstractas nos son tan "familiares" como los números naturales en su estado más puro: 1,2,3,4,5,..... No obstante, los cálculos con números, incluso tratándose de números naturales, pueden ser trabajosos y llegar a obtener el número correcto puede ser difícil en multitud de ocasiones. Todo un campo de investigación se conforma sobre el constructo que estamos analizando.

---

<sup>25</sup> Ibid., p. 4.

**2.3.3 Concepto de error.** Se puede entender el “error” como un concepto equivocado o juicio falso. Por su parte, la equivocación se define como el tener o tomar una cosa por otra, juzgando u obrando desafortunadamente. El pensamiento humano usa naturalmente el error para buscar la verdad y contribuir al avance de las ciencias. No existe cuerpo de conocimiento en que no se encuentre el error en su desarrollo histórico. El conocimiento no puede partir de la nada, siempre se entrelaza con algún conocimiento anterior a partir del cual, puede crecer o modificarse. Los errores pueden tener muchos orígenes, ya sean dificultades del propio sujeto, de su entorno, de los métodos de enseñanza, del currículum de su escuela o del país. Sin embargo, en todos ellos hay claramente una dificultad en el procesamiento que el estudiante hace con la información recibida.

Según Heinze un error es un proceso, o una acción, que no obedece a la norma<sup>26</sup>. Es necesaria la identificación de la línea de demarcación para verificar el proceso correcto y que la acción respete la norma. En otras palabras, se requieren los errores para afinar la idea individual sobre lo que es falso y lo que es correcto, según una norma dada. Si se compara esto con la función de los ejemplos y contraejemplos, para el aprendizaje de conceptos matemáticos, los errores juegan el papel de contraejemplos.

No es suficiente que un individuo sepa lo correcto; debe saber lo que es incorrecto porque, de esta manera se puede identificar el punto donde termina lo correcto y empieza lo incorrecto. A partir de esta perspectiva, el conocimiento de acciones y procesos incorrectos es necesario. Esta práctica de conocimiento negativo completa el conocimiento de acciones y procesos correctos, es decir, la experiencia positiva. En consecuencia, los errores son esenciales para la adquisición de conocimiento negativo y, por consiguiente, son componentes necesarios del proceso de aprendizaje.

Sin embargo, cometer un error no significa adquirir automáticamente experiencia negativa que pueda usarse para prevenir errores posteriores. Para usar un error de manera productiva, es necesario que un individuo pueda comprender, analizar y corregir el error y usarlo para desarrollar estrategias de prevención de nuevos errores.

En esta investigación se asume el error como una falencia cometida de forma sistemática, frecuente y no ocasional (a diferencia de un error momentáneo,

---

<sup>26</sup> HEINZE, A. Mistake-handling activities in the mathematics classroom. En: HENESTROZA, J. Los errores en el aprendizaje de la matemática [en línea]. Disponible en Internet en: <http://macareo.pucp.edu.pe/~jhenost/articulos/errores.htm>.

ocasional, no frecuente), que hace presencia al resolver situaciones que involucran procesos algorítmicos en el contexto del pensamiento numérico.

Dentro del campo de la estimación y de esta investigación, la palabra “error” se utiliza con el significado dado por Segovia, Castro, Castro y Rico que indica:

“Error es el término que designa la diferencia o desviación que un valor aproximado tiene con respecto del valor exacto al que representa. Cuando es necesario precisamos más y al error le llamamos error absoluto, para diferenciarlo del error relativo, que expresa la razón entre el error absoluto y el valor exacto”<sup>27</sup>.

En este contexto se puede decir que el término “error” es sinónimo de “inexactitud” y algunas veces (cuando el error relativo es grande) de “imprecisión”. La propia naturaleza de la estimación supone la existencia y la aceptación de un cierto margen de error. De acuerdo con esto, Reys, Bestgen, Rybolt y Wyatt ven la tolerancia del error como una “comprensión del concepto de estimación que permite (a quien la realiza) sentirse cómodo con cierto grado de error”<sup>28</sup>. No obstante, este margen de error debe tener un límite, pues un exceso de tolerancia con el error podría conducir a producir estimaciones no razonables.

Algunos estudios e investigaciones en educación matemática incluyen métodos para examinar los errores en el aprendizaje de la matemática. Un ejemplo aplicado en esta investigación es el de Mulhern (1989), citado en Rico, establece cuatro categorías que se describen a continuación:

“Contar el número de soluciones incorrectas para cada problema. Este método, que tiene un valor diagnóstico limitado ha predominado en la enseñanza.

Análisis de los tipos de errores cometidos. Esta técnica implica usualmente clasificarlos, examinar los distintos niveles de separación del conocimiento desviado y hacer inferencias sobre los factores que conducen al error.

Análisis de patrones de error. Tales análisis pueden revelar errores sistemáticos que son causas de concepciones inadecuadas; o bien, al variar aspectos de las

---

<sup>27</sup> SEGOVIA, I.; CASTRO, E.; CASTRO, E. y Rico, L. Estimación en cálculo y medida. Madrid: Síntesis, 1989. p. 87.

<sup>28</sup> REYS, R.; BESTGEN, B.; RYBOLT, J. y Wyatt, J. Processes used by good computational estimators. En: Journal for Research in Mathematics Education, 1982, vol. 13, no. 3, p. 198.

tareas. Los patrones de error que resultan pueden proporcionar claves sobre las estrategias utilizadas.

Construir problemas de modo que puedan provocar errores en los individuos.

El investigador observa los patrones de error realizados, especula sobre sus posibles causas y construye sistemáticamente nuevos problemas que induzcan a errores similares<sup>29</sup>.

Las direcciones que guían el desarrollo de esta investigación se basan en el primer y segundo incisos de los métodos de análisis de errores de Mulhern (1989), también toman en cuenta, la división, operaciones, cálculos, algoritmos, los tipos de algoritmos, los errores en el aprendizaje del algoritmo de la división y la definición de error de Segovia, Castro, Castro y Rico<sup>30</sup>.

## **2.4 MARCO CONTEXTUAL**

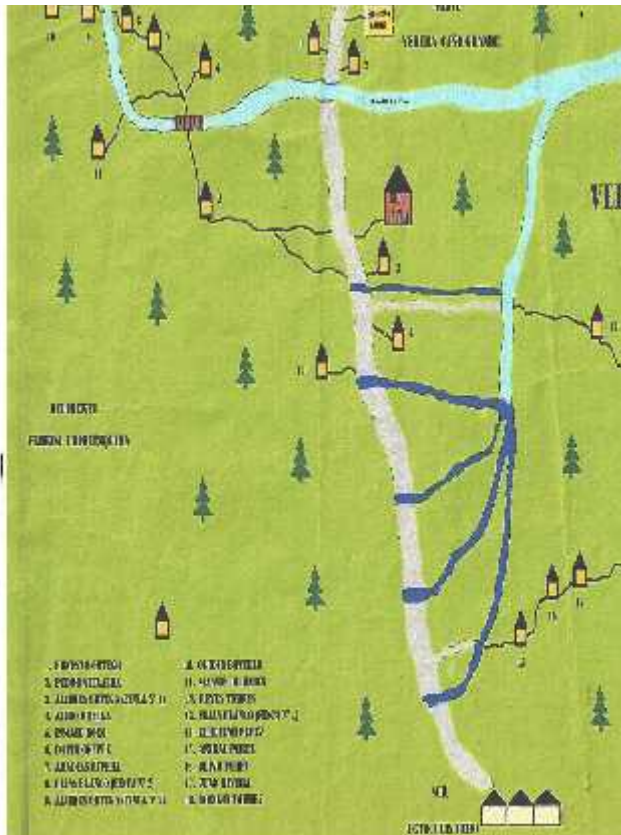
**2.4.1 Ubicación geográfica.** La Vereda La Fría está ubicada en el Corregimiento de Luis Vero municipio de Sardinata Norte de Santander. Por el norte limita con la vereda Caño Grande; por el sur limita con la vereda Chiquinquirá; por el oriente Vereda La Mesa y por el occidente con la veredas Caño Grande y Chiquinquirá.

---

<sup>29</sup> RICO, L. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas [en línea]. Disponible en Internet en: <http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF>

<sup>30</sup> *Ibid.*, p. 69.

**Figura 1. Ubicación de la Sede Educativa Rural La Fria**



**2.4.2 Características físicas, sociales, económicas culturales.** Algunos de sus afluentes son río Río Nuevo, y la quebrada La Fría. Cuenta con una población de 70 habitantes entre hombres mujeres y niños. Sus habitantes son poco letrados se dedican a la agricultura y a la cría de animales para el sustento de la familia.

La población objeto de intervención al ser campesina, presenta como principal característica sociocultural su arraigo, honestidad y respeto por la labor de educar en el contexto rural, dadas las limitaciones comunicacionales por falta de acceso a las tecnologías de las Informática y Comunicación TIC.

Es importante destacar, que los estudiantes del centro educativo Rural La Divina Esperanza, Sede la Fría, presenta una intermitencia en la asistencia a las clases; dado que en los tiempos de cosecha, los padres de familia utilizan a sus hijos como obreros para la recolección de la misma; lo que dificulta en muchos casos, la continuidad en los procesos de desarrollo de los contenidos programáticos establecidos para el grado que cursan.

La ausencia de espacios para el fortalecimiento de aprendizajes como bibliotecas y el bajo nivel de escolaridad de los padres sumado a la inasistencia, dificultan el alcance de aprendizajes en los estudiantes lo que ocasiona que los maestros deban llevar un ritmo pausado en la enseñanza. Adicionalmente, algunos estudiantes son influenciados por los padres y otras personas, para que desistan de estudiar y se dediquen a las actividades productivas que les facilite la adquisición de recursos a temprana edad; lo que hace que el ejercicio de educar sea aún más desafiante para los docentes, quienes deben acudir a estrategias persuasivas que ayuden a que los niños no opten por este tipo de invitaciones que en el largo plazo les ocasionará perjuicios en sus proyectos de vida.

**Figura 2. Ubicación de la vereda la Fría**



**Figura 3. Ubicación municipio de Sardinata**



**2.4.3 Misión.** El Centro Educativo La Divina Esperanza orienta una educación con sentido integral e inclusivo, en el desarrollo de competencias, fomentando la responsabilidad, el amor, el sentido de pertenencia con su entorno.

**2.4.4 Visión.** Al finalizar el año 2017 el Centro Educativo La Divina Esperanza, será un establecimiento educativo, dinámico y competitivo, que proporcione a la comunidad una educación integral, innovadora, de calidad e inclusiva, especialmente a niños y jóvenes.

## **2.5 MARCO LEGAL**

Se denomina marco legal al orden de resoluciones, artículos y leyes que hacen posible de forma legal la disposición de la información y del proyecto en ejecución.

Se toma como referentes los siguientes artículos citados de la constitución política de Colombia 1991.

Este proyecto se justifica, en:

### **2.5.1 Constitución Política de Colombia de 1991. DE LOS DERECHOS, LAS GARANTÍAS Y LOS DEBERES.**

#### **CAPITULO 1. DE LOS DERECHOS FUNDAMENTALES**

Artículo 13. Todas las personas nacen libres e iguales ante la ley, recibirán la misma protección y trato de las autoridades y gozarán de los mismos derechos, libertades y oportunidades sin ninguna discriminación por razones de sexo, raza, origen nacional o familiar, lengua, religión, opinión política o filosófica. El Estado promoverá las condiciones para que la igualdad sea real y efectiva y adoptará medidas en favor de grupos discriminados o marginados.

El Estado protegerá especialmente a aquellas personas que por su condición económica, física o mental, se encuentren en circunstancia de debilidad manifiesta y sancionará los abusos o maltratos que contra ellas se cometan.

#### **CAPITULO 2. DE LOS DERECHOS SOCIALES, ECONÓMICOS Y CULTURALES**

Artículo 44. Son derechos fundamentales de los niños: la vida, la integridad física, la salud y la seguridad social, la alimentación equilibrada, su nombre y nacionalidad, tener una familia y no ser separados de ella, el cuidado y amor, la educación y la cultura, la recreación y la libre expresión de su opinión. Serán protegidos contra toda forma de abandono, violencia física o moral, secuestro, venta, abuso sexual, explotación laboral o económica y trabajos riesgosos. Gozarán también de los demás derechos consagrados en la Constitución, en las leyes y en los tratados internacionales ratificados por Colombia.

La familia, la sociedad y el Estado tienen la obligación de asistir y proteger al niño para garantizar su desarrollo armónico e integral y el ejercicio pleno de sus derechos. Cualquier persona puede exigir de la autoridad competente su cumplimiento y la sanción de los infractores.

Los derechos de los niños prevalecen sobre los derechos de los demás.

Artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica.

La educación será gratuita en las instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos.

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo.

La Nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley.

### **2.5.2 Ley 115**

Artículo 7. La familia. A la familia como núcleo fundamental de la sociedad y primer responsable de la educación de los hijos, hasta la mayoría de edad o hasta cuando ocurra cualquier otra clase o forma de emancipación, le corresponde:

a) Matricular a sus hijos en instituciones educativas que respondan a sus expectativas, para que reciban una educación conforme a los fines y objetivos establecidos en la Constitución, la ley y el proyecto educativo institucional;

b) Participar en las asociaciones de padres de familia;

c) Informarse sobre el rendimiento académico y el comportamiento de sus hijos, y sobre la marcha de la institución educativa, y en ambos casos, participar en las acciones de mejoramiento;

d) Buscar y recibir orientación sobre la educación de los hijos;

e) Participar en el Consejo Directivo, asociaciones o comités, para velar por la adecuada prestación del servicio educativo;

f) Contribuir solidariamente con la institución educativa para la formación de sus hijos, y

g) Educar a sus hijos y proporcionarles en el hogar el ambiente adecuado para su desarrollo integral.

Artículo 8. La sociedad. La sociedad es responsable de la educación con la familia y el Estado. Colaborará con éste en la vigilancia de la prestación del servicio educativo y en el cumplimiento de su función social.

La sociedad participará con el fin de:

a) Fomentar, proteger y defender la educación como patrimonio social y cultural de toda la Nación;

b) Exigir a las autoridades el cumplimiento de sus responsabilidades con la educación;

c) Verificar la buena marcha de la educación, especialmente con las autoridades e instituciones responsables de su prestación;

d) Apoyar y contribuir al fortalecimiento de las instituciones educativas;

e) Fomentar instituciones de apoyo a la educación, y

f) Hacer efectivo el principio constitucional según el cual los derechos de los niños prevalecen sobre los derechos de los demás.

Artículo 20. d) Propiciar el conocimiento y comprensión de la realidad nacional para consolidar los valores propios de la nacionalidad colombiana tales como la solidaridad, la tolerancia, la democracia, la justicia, la convivencia social, la cooperación y la ayuda mutua.

Artículo 22. n) La utilización con sentido crítico de los distintos contenidos y formas de información y la búsqueda de nuevos conocimientos con su propio esfuerzo.

### **2.5.3 Derechos**

DERECHO FUNDAMENTAL A LA EDUCACIÓN: importancia del acceso y permanencia en el sistema educativo.

DERECHO A LA LIBERTAD DE EXPRESIÓN.

DERECHO AL DEBIDO PROCESO EN EL AMBITO DISCIPLINARIO DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS.

### **2.5.4 Decreto 1278**

Artículo 38. Formación y capacitación docente. La formación, capacitación, actualización y perfeccionamiento de los educadores en servicio debe contribuir de manera sustancial al mejoramiento de la calidad de la educación y a su desarrollo y crecimiento profesional, y estará dirigida especialmente a su profesionalización y especialización para lograr un mejor desempeño, mediante la actualización de conocimientos relacionados con su formación profesional, así como la adquisición de nuevas técnicas y medios que signifiquen un mejor cumplimiento de sus funciones. El Gobierno Nacional reglamentará los mecanismos, formas y alcances de la capacitación y actualización.

Artículo 39. Principios y valores que fundamentan la profesión docente y el quehacer del educador. La profesión docente tiene su fundamento en el reconocimiento de la dignidad de todo ser humano y sus derechos fundamentales, en el autodesarrollo, en la autonomía, en la comunicación y la solidaridad. Y su regulación debe explicitar y facilitar la práctica de sus valores propios, destacando por lo menos la responsabilidad, la honestidad, el conocimiento, la justicia, el respeto y la transparencia.

Artículo 40. Marco ético de la profesión docente. El ejercicio de la docencia tiene como fundamento la comprensión de la educación como bien público, como actividad centrada en los estudiantes y al servicio de la nación y de la sociedad<sup>31</sup>. La profesión docente implica una práctica que requiere idoneidad académica y moral, posibilita el desarrollo y crecimiento personal y social del educador y del educando y requiere compromiso con los diversos contextos socio - culturales en los cuales se realiza.

### **2.5.5 Decreto 1290**

Artículo 2. Objeto del decreto.

El presente decreto reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media que deben realizar los establecimientos educativos.

Artículo 3. Propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes. Son propósitos de la evaluación de los estudiantes en el ámbito institucional:

1. Identificar las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances.
2. Proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos relacionados con el desarrollo integral del estudiante.
3. Suministrar información que permita implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores en su proceso formativo.
4. Determinar la promoción de estudiantes.
5. Aportar información para el ajuste e implementación del plan de mejoramiento institucional.

---

<sup>31</sup> COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1278. (19, junio, 2002). Por el cual se expide el Estatuto de Profesionalización Docente. Bogotá: El Ministerio, 2002.

Artículo 4. Definición del sistema institucional de evaluación del estudiante. El sistema de evaluación institucional de los estudiantes que hace parte del proyecto educativo institucional debe contener:

DECRETO NÚMERO 1290 de 2009. Hoja N°. 2 Continuación del Decreto “Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media.”

1. Los criterios de evaluación y promoción.
2. La escala de valoración institucional y su respectiva equivalencia con la escala nacional.
3. Las estrategias de valoración integral de los desempeños de los estudiantes.
4. Las acciones de seguimiento para el mejoramiento de los desempeños de los estudiantes durante el año escolar.
5. Los procesos de autoevaluación de los estudiantes.
6. Las estrategias de apoyo necesarias para resolver situaciones pedagógicas pendientes de los estudiantes.
7. Las acciones para garantizar que los directivos docentes y docentes del establecimiento educativo cumplan con los procesos evaluativos estipulados en el sistema institucional de evaluación.
8. La periodicidad de entrega de informes a los padres de familia.
9. La estructura de los informes de los estudiantes, para que sean claros, comprensibles y den información integral del avance en la formación.
10. Las instancias, procedimientos y mecanismos de atención y resolución de reclamaciones de padres de familia y estudiantes sobre la evaluación y promoción.

11. Los mecanismos de participación de la comunidad educativa en la construcción del sistema institucional de evaluación de los estudiantes.

**ARTICULO 5.** Escala de valoración nacional: Cada establecimiento educativo definirá y adoptará su escala de valoración de los desempeños de los estudiantes en su sistema de evaluación.

Para facilitar la movilidad de los estudiantes entre establecimientos educativos cada escala deberá expresar su equivalencia con la escala de valoración nacional: Desempeño Superior. Desempeño Alto. Desempeño Básico. Desempeño Bajo. La denominación desempeño básico se entiende como la superación de los desempeños necesarios en relación con las áreas obligatorias y fundamentales, teniendo como referente los estándares básicos, las orientaciones y lineamientos expedidos por el Ministerio de Educación Nacional y lo establecido en el proyecto educativo institucional. El desempeño bajo se entiende como la no superación de los mismos.

**Artículo 6.** Promoción escolar. Cada establecimiento educativo determinará los criterios de promoción escolar de acuerdo con el sistema institucional de evaluación de los estudiantes. Así mismo, el establecimiento educativo definirá el porcentaje de asistencia que incida en la promoción del estudiante. Cuando un establecimiento educativo determine que un estudiante no puede ser promovido al grado siguiente, debe garantizarle en todos los casos, el cupo para que continúe con su proceso formativo.

**Artículo 7.** Promoción anticipada de grado. Durante el primer período del año escolar el consejo académico, previo consentimiento de los padres de familia, recomendará ante el consejo directivo la promoción anticipada al grado siguiente del estudiante que demuestre un rendimiento superior en el desarrollo cognitivo, personal y social en el marco de las competencias básicas del grado que cursa. La decisión será consignada en el acta del consejo directivo y, si es positiva en el registro escolar. Los establecimientos educativos deberán adoptar criterios y procesos para facilitar la promoción al grado siguiente de aquellos estudiantes que no la obtuvieron en el año lectivo anterior. DECRETO NÚMERO 1290 de 2009. Hoja N°. 3 Continuación del Decreto “Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media.”

**Artículo 8.** Creación del sistema institucional de evaluación de los estudiantes: Los establecimientos educativos deben como mínimo seguir el procedimiento que se menciona a continuación:

1. Definir el sistema institucional de evaluación de los estudiantes.
2. Socializar el sistema institucional de evaluación con la comunidad educativa.
3. Aprobar el sistema institucional de evaluación en sesión en el consejo directivo y consignación en el acta.
4. Incorporar el sistema institucional de evaluación en el proyecto educativo institucional, articulándolo a las necesidades de los estudiantes, el plan de estudios y el currículo.
5. Divulgar el sistema institucional de evaluación de los estudiantes a la comunidad educativa.
6. Divulgar los procedimientos y mecanismos de reclamaciones del sistema institucional de evaluación.
7. Informar sobre el sistema de evaluación a los nuevos estudiantes, padres de familia y docentes que ingresen durante cada período escolar. Parágrafo. Cuando el establecimiento educativo considere necesaria la modificación del sistema institucional de evaluación de los estudiantes deberá seguir el procedimiento antes enunciado.

### 3. DISEÑO METODOLÓGICO

#### 3.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El nivel de la investigación hace referencia al grado de profundidad con que se aborda un fenómeno u objeto de estudio<sup>32</sup>. Se aborda un enfoque descriptivo de tipo explicativo a partir de la aplicación de una prueba diagnóstica y otros instrumentos, que permitieron interpretar los principales errores en los procedimientos para la resolución de divisiones; intentando determinar el efecto propiciado por una intervención pedagógica sobre el grado de apropiación de ciertos conocimientos.

#### 3.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación es de tipo cualitativo con un enfoque mixto apoyada en elementos de tipo descriptivo-interpretativo.

**Investigación cualitativa.** Este proyecto emprende con un tipo de investigación cualitativa, en el cual como primera instancia las características que deseamos describir; el rol del estudiante dentro del aula, el aprendizaje individual, el comportamiento y la interacción profesor-alumno. Con un paradigma interpretativo que comprende la realidad como una dinámica que tiene como interés las acciones humana.

Características:

- La investigación está siempre influida por los valores del investigador, de la teoría que utiliza y el contexto.
- Las investigaciones cualitativas que tiene como eje el paradigma cualitativo, presenta valores fundamentales que se pueden enunciar así: tiene como criterio la calidad, la transformación y el cambio, deben ocurrir dentro del proceso de la investigación, al igual que a interacción teórica y práctica.. Desarrolla instrumentos de recolección de información y análisis de datos.

---

<sup>32</sup> ARIAS, F. El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica. Caracas: Editorial Episteme, 2012. p. 24.

**Enfoque descriptivo.** Se caracteriza por tener un enfoque descriptivo, orientado a la calidad del ambiente escolar con alto nivel de motivación a la hora de desarrollar sus actividades diarias, la comodidad y desenvolvimiento del mismo frente a estas.

Características:

Busca básicamente describir situaciones o acontecimientos. En esta investigación no se tiene el interés en comprobar explicaciones, ni en probar determinadas hipótesis, ni en hacer predicciones. Con mucha frecuencia las descripciones se hacen por encuestas.

Teniendo en cuenta las líneas de investigación de nuestra institución educativa nuestro proyecto se enmarca entre la línea de pedagogía y fruición una necesidad familiar y escolar, ya que las vivencias familiares son para el niño patrones motivacionales que rigen su comportamiento en todos sus aspectos e integridad, el papel de la escuela es el de continuar el proceso pedagógico iniciado en la familia y complementarlo con estrategias y técnicas que permitan que el niño se sienta motivado y parte activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula de clase. De ahí la necesidad de facilitar acciones y fortalecer experiencias de nuestras prácticas pedagógicas que favorezcan la unidad y la integración en la familia y en la escuela.

**3.2.1 Fases de la investigación.** El proceso está integrado por cuatro fases o momentos interrelacionados: planificación, aplicación, observación y reflexión. Cada uno de los momentos implica una mirada retrospectiva, y una intención prospectiva que forman conjuntamente una espiral autorreflexiva de conocimiento y acción<sup>33</sup>.

**3.2.1.1 Etapa 1: planificación (diagnóstico).** En esta etapa, se realizará la planificación de los instrumentos que faciliten un diagnóstico que permita la identificación de los principales errores presentes en la resolución de operaciones matemáticas relacionadas con la división por parte de la muestra determinada a fin de con la información obtenida interpretar y analizar los hallazgos.

**3.2.1.2 Etapa 2: aplicación de instrumentos.** En esta etapa se realizará la recolección de la información requerida mediante la aplicación de los diferentes

---

<sup>33</sup> LATORRE, A. La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa. Barcelona: Graó, 2003. p. 35.

instrumentos que se definan a la población involucrada en el proceso que se desea indagar.

**3.2.1.3 Etapa 3: observación.** Mediante la observación participante, se buscará recolectar información a partir de las actitudes que demuestren los niños, en la resolución de las situaciones matemáticas implicadas en la investigación que complementen los datos recolectados en los demás instrumentos aplicados.

**3.2.1.4 Etapa 4: reflexión.** Corresponde a la fase de organización de los datos, a fin de construir una teoría fundamentada en la experiencia y los aportes de los referentes teóricos; con el propósito de fundamentar los hallazgos y las observaciones realizadas.

**3.2.1.5 Etapa 5: Divulgación de los resultados.** Luego de realizada la experiencia, será de vital importancia comunicar tanto a la comunidad educativa del centro educativo focalizado como a los miembros del cuerpo directivo de la Normal Superior de Ocaña, los hallazgos que permitan la generación de un espacio de reflexión y construcción del conocimiento así como para la sustentación de los planteamientos expuestos en el planteamiento del problema.

### 3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

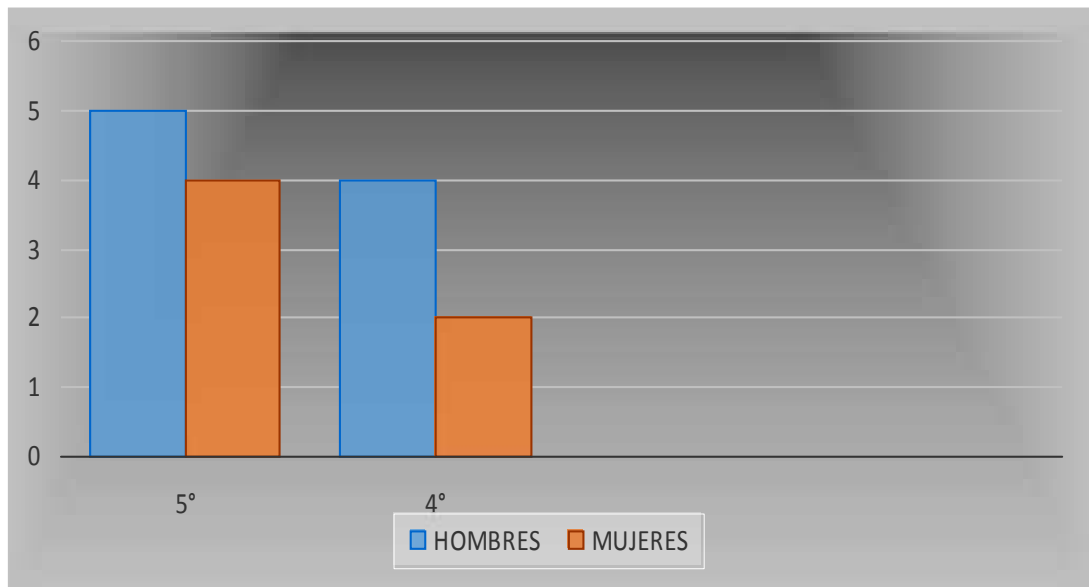
**3.3.1 Población.** Correspondiente a los estudiantes de cuarto y quinto grado de básica primaria del Centro Educativo Rural La Divina Esperanza Sede La Fría del corregimiento Luis Vero del Municipio de Sardinata.

**3.3.2 Muestra.** La muestra corresponde a 15 estudiantes los cuales están distribuidos en los grados cuarto y quinto de la jornada única.

#### Cuadro 1. Población y muestra

GRADO	SEXO		EDAD
	HOMBRES	MUJERES	
5°	5	4	10-12 años
4°	4	2	10-12 años
<b>Total</b>	9	6	
<b>TOTAL: 15</b>			

**Gráfica 1. Población y muestra**



Para el desarrollo de la presente investigación, se tomó como referencia los estudiantes de primaria del Centro Educativo Rural La Divina Esperanza Sede La Fria del corregimiento Luis Vero del Municipio de Sardinata, focalizando la intervención en los cursos correspondientes a cuarto y quinto.

El número de estudiantes a los cuales se dirige la presente investigación, corresponde a un total de 15, sobre los cuales irán dirigidas las actividades e instrumentos que se diseñen para la determinación del fortalecimiento del pensamiento numérico mediante la aplicación de estrategias lúdico-pedagógicas.

### **3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN**

Como técnicas para la recolección de la información que permita, desarrollar una posterior reflexión de los hallazgos se determinan las siguientes:

**3.4.1 Observación directa.** De los comportamientos, actitudes y maneras de resolver cada una de las actividades que se les proponga a los niños, con el fin, de realizar una descripción de las mismas a posteriori.

Por su parte, para la recolección de la información se establecen los siguientes instrumentos:

**3.4.2 Diario de campo.** Sobre el cual se consignarán las principales observaciones en torno a las actitudes y maneras como los estudiantes aplican estrategias de resolución de algoritmos relacionados con la división.

**3.4.3 La encuesta.** Es una técnica o método de recolección de información en donde procede se interroga de manera verbal o escrita a un grupo de personas con el fin de obtener determinada información necesaria para una investigación.

Es una búsqueda sistematizada de información en la que el investigador pregunta sobre los datos que desea obtener, y posteriormente reúne estos datos individuales para obtener durante la evaluación de datos agregados.

Es así que dentro de la labor investigativa se aplica una encuesta para identificar en la muestra los diferentes aspectos relacionados con la motivación en el aula de clase.

**3.4.4 Entrevista.** Una entrevista es un intercambio de ideas, opiniones mediante una conversación que se da entre una, dos o más personas donde un entrevistador es el designado para preguntar. Todos aquellos presentes en la charla dialogan en pos de una cuestión determinada planteada es recíproca, donde el entrevistado utiliza una técnica de recolección mediante una interrogación estructurada o una conversación totalmente libre; en ambos casos se utiliza un formulario o esquema con preguntas o cuestiones para enfocar la charla que sirven como guía.

Para de la presente investigación, la entrevista tendrá como propósito principal, encontrar elementos que refirman o refuten algunos de los planteamientos desarrollados en torno a los errores más comunes en la resolución del algoritmo de la división por parte de los estudiantes focalizados.

### **3.5 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN**

Los datos que se recolecten, se procesarán de la siguiente forma:

- Enfoque cualitativo: a partir de las entrevistas y de la prueba diagnóstica aplicada a la muestra de estudiantes definida, se realizará toda una reflexión fundamentada en aportes de referentes teóricos que permitan sustentar o rebatir ideas surgidas en el trayecto del proceso investigativo.
- Enfoque cuantitativo: complementario a las entrevistas, y observaciones desarrolladas al interior del aula de clase, la realización de una encuesta dirigida a los estudiantes y docentes en relación al tema de la investigación, contribuirá a brindar un soporte numérico y en especial objetivo de lo que se haya descrito y analizado a través de las herramientas del enfoque cualitativo.

#### **3.5.1 Instrumento # 1: observación, situaciones y comportamientos de los estudiantes de 4 y 5 grado de básica primaria en el desarrollo de la clase de matemáticas**

Objetivo: Observar actitudes, habilidades, destrezas y comportamientos de los estudiantes de los grados 4 y 5 de básica primaria en la clase de matemáticas, frente al proceso de la división.

Fecha: 04 de septiembre de 2017.

Lugar: Sede Educativa La Fría Centro Educativo La Divina Esperanza. Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata.

Niños observados: 15.

Investigadoras: Carmensa Duran Jiménez, Alejandra Villalba Torres.

## Cuadro 2. Indicadores a observar

Pregunta	Observación en el aula de clase
1. ¿Identifica los términos de la división con claridad?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría de estudiantes identifica los términos de la división.</li> <li>• Al preguntarles muchos no saben qué significa cada uno de los términos y la función o información que ofrecen al término de la operación.</li> </ul>
2. ¿Realiza las separaciones entre dividendo y divisor de manera adecuada antes de iniciar el proceso de resolución?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se les facilita hacer la separación de cifras entre dividendo y divisor cuando el dividendo es mayor o igual al divisor pero en los casos en que el dividendo es menor que el divisor, les causa un grado de dificultad a algunos de los estudiantes a quienes se les aplicó el instrumento</li> </ul>
3. ¿Asocia de manera correcta la división como distribución equitativa mediante situaciones concretas del entorno?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuando resuelven el problema de división aplicado, se observa facilidad para realizar la distribución de los objetos que les propone el problema, sin embargo, en otros ejercicios no contemplados en el instrumento se nota mayor dificultad, especialmente cuando la situación problemática se hace más extensa al leer antes de entrar a analizar y solucionar.</li> </ul>
4. ¿Opera de manera adecuada divisiones con más de un número en el divisor?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las operaciones en las que hay dos o más números en el divisor, son las que mayor dificultad les ocasiona para su resolución.</li> </ul>
5. ¿Opera de manera adecuada divisiones con ceros en el dividendo o en el divisor?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En las operaciones con ceros en el dividendo o divisor, se observa igualmente un grado medio de dificultad; si bien algunos resuelven las operaciones sin problema, otros no encuentran la manera de operar, especialmente cuando el dividendo se hace más pequeño que el divisor y hay que agregar cero al cociente por regla general.</li> </ul>
6. ¿Maneja de manera adecuada las operaciones de multiplicación y resta en el procedimiento de solucionar una división?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muchos niños observados no se saben bien las tablas de multiplicar lo que les genera dificultad o demora en encontrar las veces que cabe el divisor en el dividendo; a otros se les dificulta realizar la resta directa por lo que acuden a la realización de esta operación de manera explícita; sin embargo cometen errores.</li> </ul>
7. ¿Realiza las restas de manera mental al calcular el resto en la división?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes observados realizan en su mayoría restas directas utilizando la mente y los dedos como medio explícito para sus cálculos.</li> </ul>

Cuadro 2. (Continuación)

Pregunta	Observación en el aula de clase
8. ¿Identifica y actúa de manera correcta en el procedimiento cuando el dividendo es más pequeño que el divisor?	<ul style="list-style-type: none"> <li>Algunos estudiantes tienen claro que deben tomar una cifra adicional; otros dudan en lo que deben hacer y buscan que otros compañeros o el docente les calare el proceso.</li> </ul>
9. ¿Comprende los conceptos de división exacta e inexacta?	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes realizan la operación; pero al preguntarles si es una división exacta o inexacta, en un principio no saben qué responder. Cuando se les aclara las características de estos dos tipos de divisiones, las identifican con facilidad.</li> </ul>
CONTEXTO DEL AULA	
Espacio	Excelente
Ventilación	Excelente
Iluminación	Excelente
Decoración	Excelente

**Análisis de la observación.** Realizado el ejercicio de diagnóstico a los estudiantes, es importante destacar en ellos la iniciativa que demuestran para la ejecución de cada una de los ejercicios y problemas propuestos; sin embargo, son evidentes las dificultades que estos tienen en aspectos claves como el dominio de las tablas de multiplicar, la realización de divisiones con dos o más términos en el divisor, o cuando se incorpora un cero en uno de los dos términos, en la realización de la resta, entre otros aspectos.

Si bien no puede generalizarse que la situación de manejo de la operación de la división sea totalmente insuficiente en los estudiantes focalizados, es claro que existen vacíos de procedimiento y conocimiento del algoritmo de la división, que los lleva al acometimiento de errores; que de no ser identificados y especialmente tratados por parte del docente, pueden llegarse a convertir en obstáculos para la comprensión de otras operaciones que requieren del manejo de este importante algoritmo matemático.

La observación realizada y las respuestas obtenidas por los estudiantes, denotan la necesidad de que se realice a tiempo una intervención pedagógica al interior del aula de clase; para hacer que su proceso de avance a lo largo de sus estudios secundarios, no se les convierta en piedra de tropiezo y de desmotivación para el aprendizaje de las matemáticas.

**3.5.2 Instrumento # 2: entrevista a estudiantes.** Importancia de la matemáticas en los estudiantes de los grados 4 y 5 de básica primaria.

Objetivo: Identificar en los estudiantes sus concepciones acerca de la división como operación matemática y los errores que cometen.

Fecha: 05 de septiembre de 2017.

Lugar: Sede Educativa La Fría Centro Educativo La Divina Esperanza. Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata.

Niños observados: 15.

Investigadoras: Carmensa Duran Jiménez, Alejandra Villalba Torres.

**Entrevista a estudiantes:**

1. Te gusta la asignatura de matemáticas? ¿Por qué?

A la anterior pregunta, la totalidad de los estudiantes entrevistados excepto uno de ellos, manifestó su gusto por las matemáticas; expresando como razón primordial el que esta les permite comprender la manera de realizar operaciones básicas como la suma, la resta, la multiplicación o la división.

2. ¿Consideras importante el aprendizaje de la división en la escuela? ¿Por qué?

La totalidad de los estudiantes entrevistados expresan lo importante que es el aprendizaje de la división. Si bien sus razones no son explícitas o claras, consideran que estas son importantes porque les permite comprender nuevos procesos relacionados con el manejo de los números.

3. ¿Cuándo operas con la división cuáles son las principales dificultades que consideras posees para desarrollar la operación?

Las principales dificultades señaladas por los niños, se centran en encontrar las veces que el divisor cabe en el dividendo seleccionado.

4. ¿Identificas los términos en una división? ¿Sabes cuál es la función de ellos?

La mayoría de los estudiantes menciona los términos que componen la división como operación matemática; sin embargo la totalidad no especifica la función que desempeña cada término dentro de la operación matemática.

5. ¿Qué tipo de divisiones se te facilitan más? ¿De una cifra o de más de una cifra? Justifica tu respuesta.

La totalidad de los estudiantes señalan a las divisiones por una cifra como las que menor dificultad causan en el proceso de solución.

6. ¿Qué es lo primero que haces cuando inicias el proceso de operar con divisiones?

Los estudiantes señalan que el primer paso es el de analizar la división y proceder a tomar la cifra del dividendo según lo exija el divisor.

7. ¿Sabes en qué casos las divisiones no se pueden desarrollar y cuál es el procedimiento a seguir?

Coinciden los estudiantes en indicar que no se puede desarrollar la división cuando el dividendo es menor que el divisor; sin embargo no explican el procedimiento que se debe realizar.

8. ¿Conoces la diferencia entre una división exacta y una división inexacta?

Para esta pregunta sorprende afirmar, que la totalidad de los niños no tienen claro cuando una división es exacta o inexacta.

9. ¿Eres capaz de desarrollar divisiones con presencia de ceros en el dividendo o divisor? ¿Por qué?

La mayoría de respuestas dadas por los estudiantes no son muy claras y hay algunos que afirman saber operar con ceros de por medio como otros afirman que no lo saben hacer.

**Análisis de la entrevista a los estudiantes.** Si bien las respuestas dadas por los niños entrevistados son cortas y en ocasiones vagas, pueden inferirse algunas dificultades que conducen al cometimiento de errores; como por ejemplo, el no saber si una división es exacta o inexacta, puede conllevar a que en otro momento, desconozcan el sentido de las divisiones con números decimales por ejemplo; también el no tener clara la finalidad de los términos en una división, puede conducir a dificultades o errores en la comprensión de problemas matemáticos que impliquen la ubicación de los términos para desarrollar la operación.

También se identifica que la operación de la división con ceros de por medio es otro de los procedimientos que expresan no tener claro por lo que seguramente conducirá a la comisión de errores evidentes.

**3.5.3 instrumento #3: entrevista a padres de familia.** Actitud de los padres familia frente al conocimiento matemático.

Objetivo: Identificar la manera como los padres perciben la división como operación matemática.

Fecha: 07 de septiembre de 2017.

Lugar: Sede Educativa La Fría Centro Educativo La Divina Esperanza. Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata.

Niños observados: 15.

Investigadoras: Carmensa Duran Jiménez, Alejandra Villalba Torres.

1. ¿Cuál es la utilidad que consideras tienen la división como operación matemática?

Los padres de familia entrevistados responden que especialmente la división es útil para la realización de cuentas en la casa y para la distribución del dinero en los diferentes gastos familiares.

2. ¿consideras que esta operación matemática es fácil de aprender para tu hijo?  
¿Por qué?

Consideran que sí es fácil de aprender, siempre y cuando los niños tengan claridad en el significado y utilidad de las tablas de multiplicar.

3. ¿Qué aprendizajes matemáticos crees debe tener un estudiante para que opere la división sin dificultad?

La mayoría de padres de familia entrevistados opinan que es necesario que el niño tenga claras las operaciones de suma, resta y multiplicación así como el conocimiento y manejo de las tablas de multiplicar.

4. ¿Consideras que saber las tablas de multiplicar es fundamental para hacer divisiones de manera correcta?

La totalidad de los padres de familia entrevistados coinciden en afirmar que las tablas de multiplicar son esenciales para el aprendizaje del algoritmo de la división.

5. ¿Crees que la división es útil en la vida cotidiana de las personas? ¿En qué aspectos?

A la anterior pregunta los padres de familia responden afirmativamente y lo relacionan con la necesidad de realizar cuentas cotidianas.

**Análisis de la entrevista a padres de familia.** Es importante destacar de la entrevista a los padres de familia, su coincidencia en relación a la importancia del manejo que los niños deben tener de las tablas de multiplicar como requisito fundamental para el aprendizaje de la división como operación matemática; adicionalmente, recurren a situaciones como el de la realización de las cuentas diarias, para acercar el concepto con aspectos de su entorno.

**3.5.4 Instrumento #4: encuesta a estudiantes.** Disposición de los estudiantes de los grados 4 y 5 de básica primaria hacia las matemáticas.

Objetivo: Determinar el grado de disposición de los estudiantes de los grados 4 y 5 de básica primaria hacia las matemáticas.

Fecha: 08 de septiembre de 2017.

Lugar: Sede Educativa La Fría Centro Educativo La Divina Esperanza. Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata.

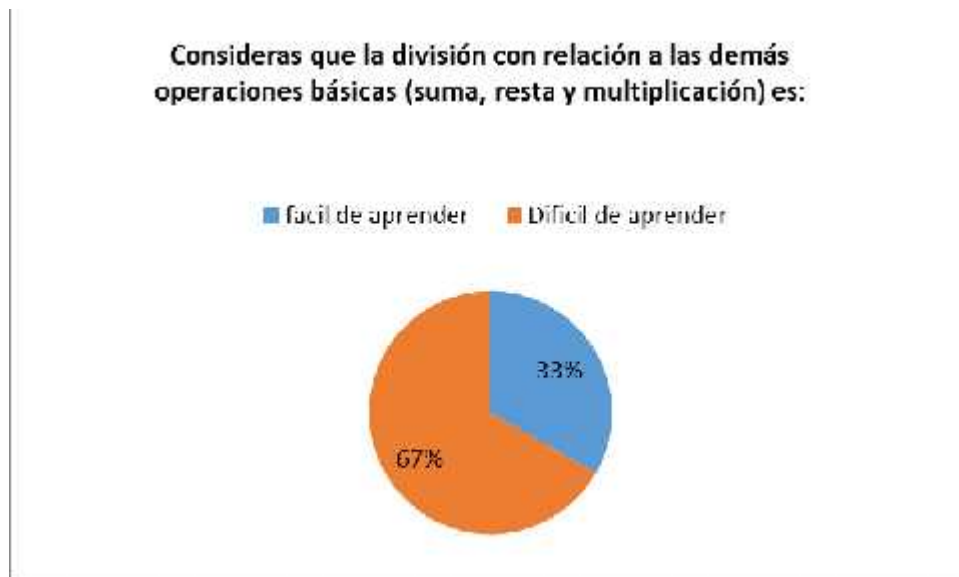
Niños observados: 15.

Investigadoras: Carmensa Duran Jiménez, Alejandra Villalba Torres.

### Encuesta a estudiantes:

1. Consideras que la división con relación a las demás operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) es:

### Gráfica 2. Consideras que la división con relación a las demás operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) es

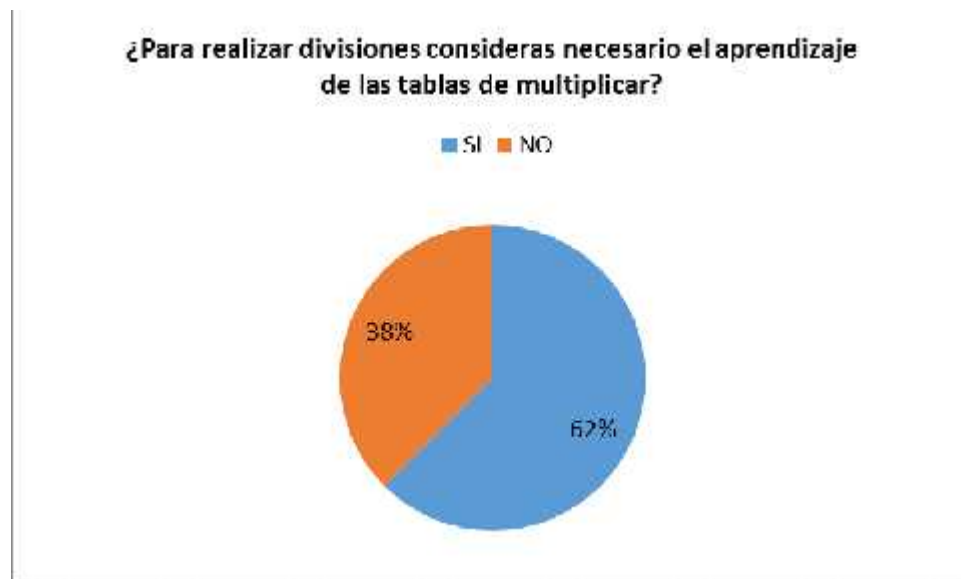


**Interpretación.** Como se observa en la gráfica hay un amplio margen entre los que consideran fácil o difícil de aprender la división; teniendo una ventaja del 67% para quienes la consideran difícil.

Lo anterior demuestra que la dificultad manifiesta en los estudiantes, se refleja en la concepción de complejidad que representa para ellos esta operación.

2. ¿Para realizar divisiones consideras necesario el aprendizaje de las tablas de multiplicar?

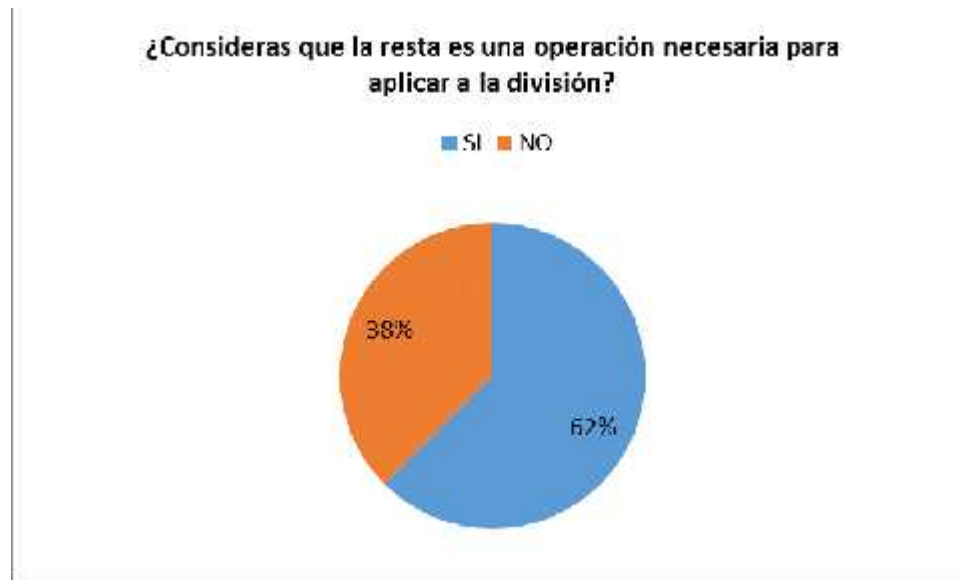
**Gráfica 3. ¿Para realizar divisiones consideras necesario el aprendizaje de las tablas de multiplicar?**



**Interpretación.** Los resultados demuestran que para EL 60% de los niños, las tablas de multiplicar son una condición indispensable para la comprensión de los procesos implícitos en la división. Por lo anterior, el docente debe tener en cuenta que sus estudiantes asimilen y apropien muy bien las tablas y el proceso multiplicativo, antes de iniciar con el algoritmo de la división.

3. ¿Consideras que la resta es una operación necesaria para aplicar a la división?

**Gráfica 4. ¿Consideras que la resta es una operación necesaria para aplicar a la división?**



**Interpretación.** Llama la atención, que el 60% no asocia la resta como una operación complementaria y clave para la resolución de la división. Podría interpretarse como razón, el que al realizar la resta de manera directa, los estudiantes no asocian el acercar un número a otro con el ejercicio de restar.

4. Para cada una de los siguientes enunciados determina con un SI o un NO si te causa dificultad dicho procedimiento al realizar las divisiones:

a. Identificar los términos de la división.

**Gráfica 5. Identificar los términos de la división**



b. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor

**Gráfica 6. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor**



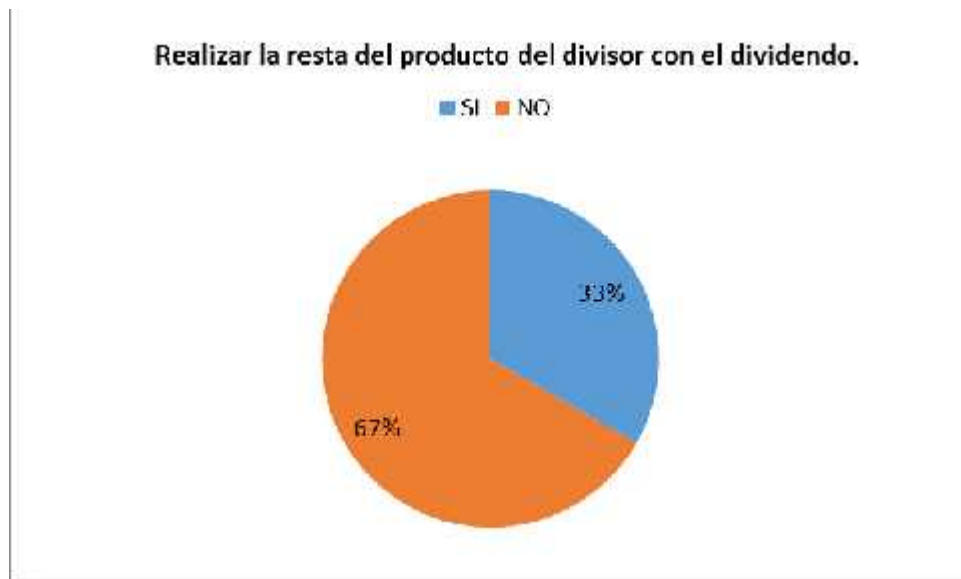
c. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo.

**Gráfica 7. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo**



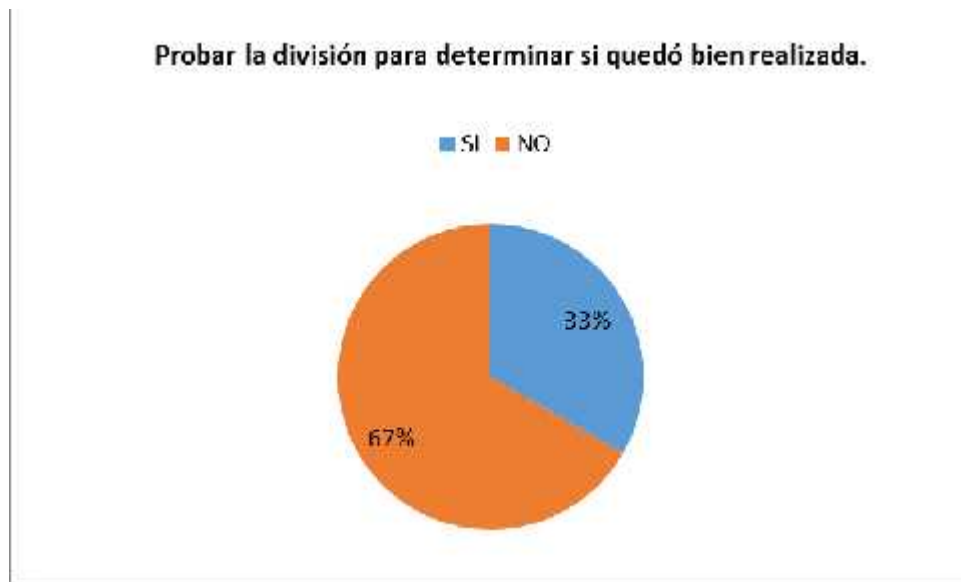
d. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo.

**Gráfica 8. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo**



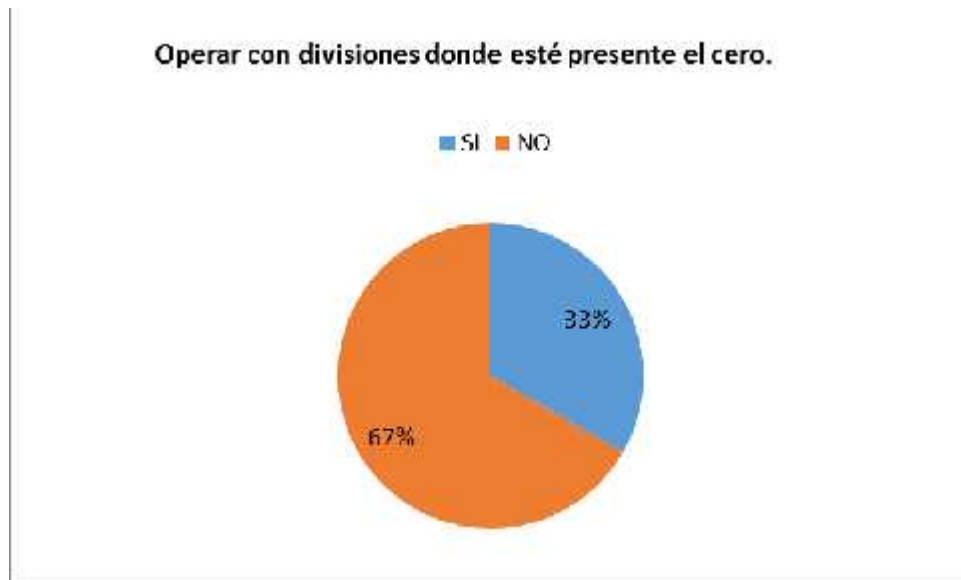
e. Probar la división para determinar si quedó bien realizada.

**Gráfica 9. Probar la división para determinar si quedó bien realizada**



f. Operar con divisiones donde esté presente el cero.

**Gráfica 10. Operar con divisiones donde esté presente el cero**



**Interpretación.** Al revisar el anterior punto que consta de varios ítems donde se explora la presencia o ausencia de dificultad para la resolución del algoritmo de la división, a través de la encuesta se evidencia la manifiesta dificultad expresada por los estudiantes en algunos de los procedimientos para la resolución de esta operación matemática.

Esta preocupación manifestada por los estudiantes, debe contribuir a que el maestro se concientice que existen vacíos en el aprendizaje de una operación matemática tan importante y básica como la división, por lo que se hace necesario el desarrollo de estrategias para tratar esta situación.

**3.5.5 Instrumento # 5: encuesta a docentes.** Proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Objetivo: Determinar las dificultades que los docentes observan en la enseñanza de la división.

Fecha:

Lugar: Sede Educativa La Fría Centro Educativo La Divina Esperanza. Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata.

Niños observados: 15.

Investigadoras: Carmensa Duran Jiménez, Alejandra Villalba Torres.

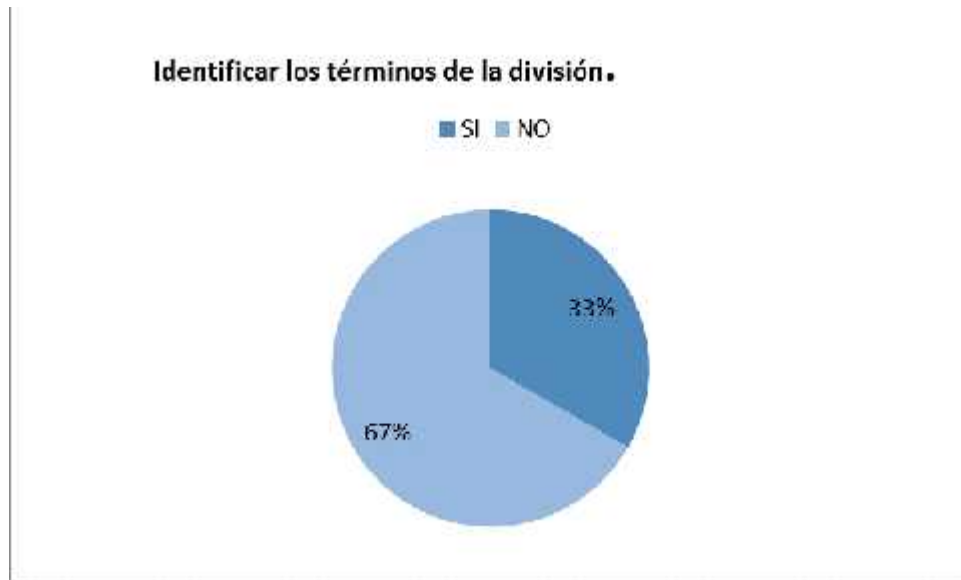
**Encuesta a docentes.** Estimado docente:

La presente encuesta tiene como propósito obtener información con fines académicos. Lea detenidamente las preguntas y seleccione la respuesta que mejor considere:

1. Para cada una de las siguientes opciones señala con Si o NO si consideras que le genera dificultad en el aprendizaje de la división a los estudiantes.

a. Identificar los términos de la división.

**Gráfica 11. Identificar los términos de la división**



b. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor.

**Gráfica 12. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor**



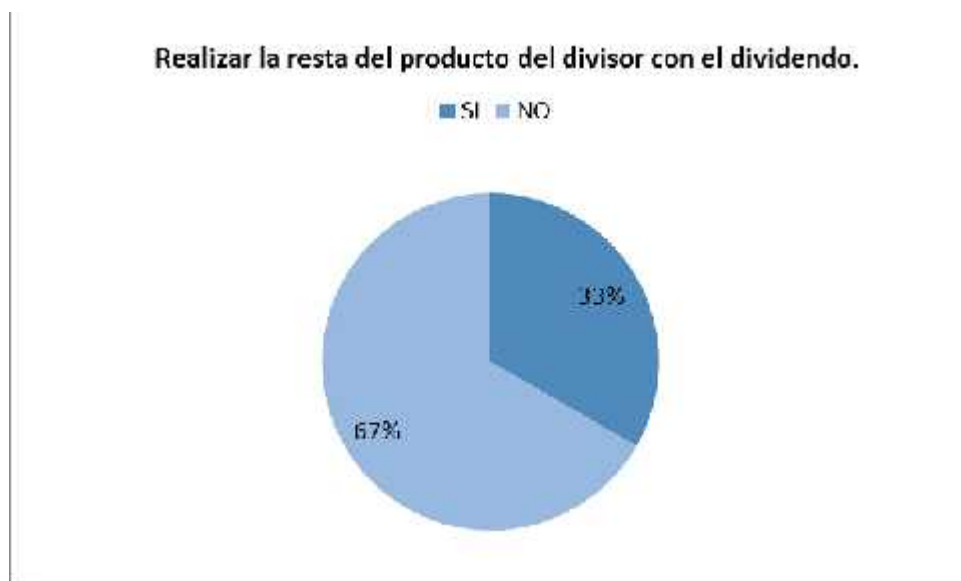
c. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo.

**Gráfica 13. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo**



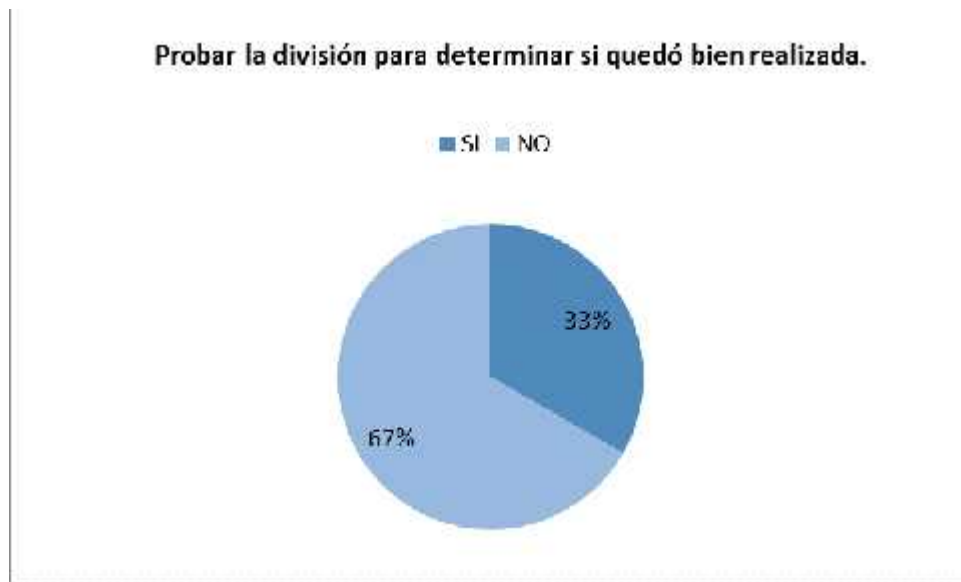
d. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo.

**Gráfica 14. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo**



e. Probar la división para determinar si quedó bien realizada.

**Gráfica 15. Probar la división para determinar si quedó bien realizada**



f. Operar con divisiones donde esté presente el cero.

**Gráfica 16. Operar con divisiones donde esté presente el cero**



**Interpretación.** Llama la atención la manera como las respuestas dadas por los docentes coinciden con las dificultades manifestadas por los estudiantes en cuanto a los problemas y dificultades que poseen en el procedimiento de resolución de la división.

Existe una conciencia en la identificación de los errores y dificultades de procedimiento al operar lo que ofrece la oportunidad perfecta para que maestros y estudiantes desarrollen un proceso de trabajo intensivo con esta operación fundamental del nivel de la básica primaria.

2. ¿Consideras fundamental que un estudiante domine las tablas de multiplicar para operar la división?

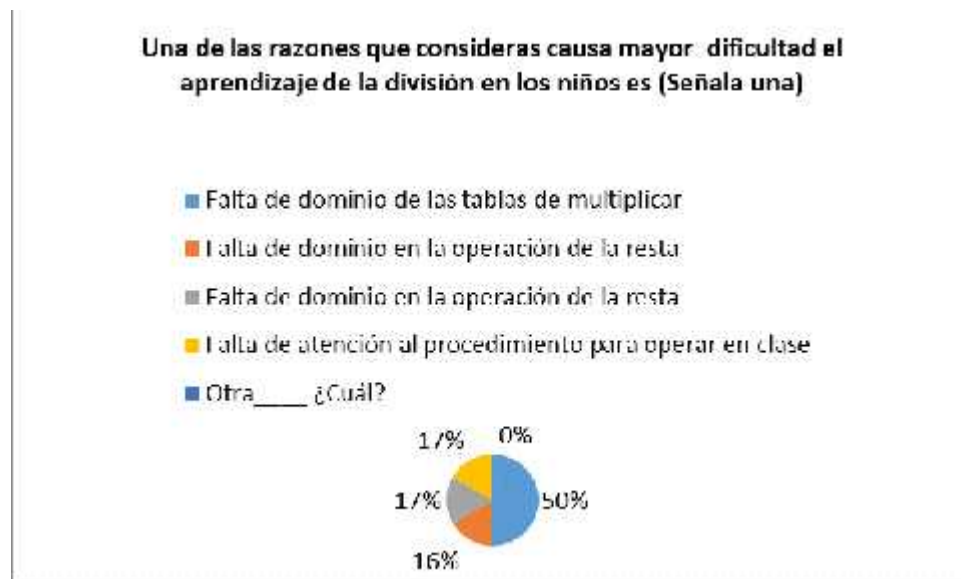
**Gráfica 17. ¿Consideras fundamental que un estudiante domine las tablas de multiplicar para operar la división?**



**Interpretación.** Tanto los docentes, los estudiantes y los padres de familia, son conscientes de la necesidad que las tablas de multiplicar son un fundamento esencial para el aprendizaje del procedimiento de la división. Por lo anterior, es necesario que antes de iniciar el proceso de enseñanza del algoritmo de la división, el docente tenga clara esta percepción anotada y evidenciada en la encuesta.

3. Una de las razones que consideras causa mayor dificultad el aprendizaje de la división en los niños es (Señala una)
  - a. Falta de dominio de las tablas de multiplicar
  - b. Falta de dominio en la operación de la resta
  - c. Falta de ejercitación de dicha operación en casa
  - d. Falta de atención al procedimiento para operar en clase
  - e. Otra\_\_\_\_\_ ¿Cuál?

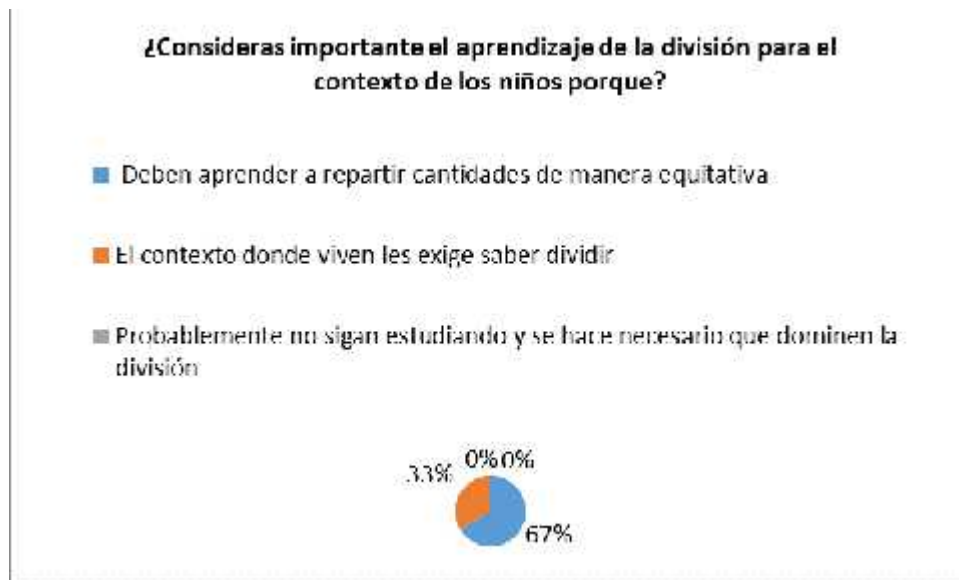
**Gráfica 18. Una de las razones que consideras causa mayor dificultad el aprendizaje de la división en los niños es (Señala una)**



**Interpretación.** Se reitera dentro de la pregunta, que la causa principal que genera dificultades para la resolución de la división como operación matemática, es la falta de dominio en las tablas de multiplicar.

4. Consideras importante el aprendizaje de la división para el contexto de los niños porque.

**Gráfica 19. Consideras importante el aprendizaje de la división para el contexto de los niños porque**



**Interpretación.** La mayoría de los docentes consideran que el aprendizaje de la división desde el punto de vista del contexto de los niños, les será de especial importancia para repartir cantidades de manera equitativa; y esto tiene sentido, en la medida que se comprende que el contexto de ruralidad hace que las personas del campo deban desarrollar actividades donde por ejemplo deben distribuir cierta carga en el lomo de un caballo para transportarla; por lo que se debe tener conciencia de esta operación matemática y así por el estilo pueden surgir muchas otras situaciones, que impliquen el uso de la división como reparto equitativo.

## **4. PROPUESTA PEDAGÓGICA**

### **4.1 TÉCNICAS Y ESTRATEGIAS QUE PERMITEN MEJORAR LA MANERA COMO LOS NIÑOS OPERAN CON EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN**

Partiendo del trabajo investigativo desarrollado y teniendo en cuenta los principales errores detectados en el proceso de realizar la división por parte de la muestra de niños seleccionada, es importante que para futuras intervenciones en el aula de clase se tengan en cuenta la totalidad o por lo menos algunas de las siguientes orientaciones pedagógicas, que de usarse contribuirán a hacer de la división una operación matemática más amena y comprensible para los niños.

#### **4.1.1 Empezar por operar con objetos concretos del medio**

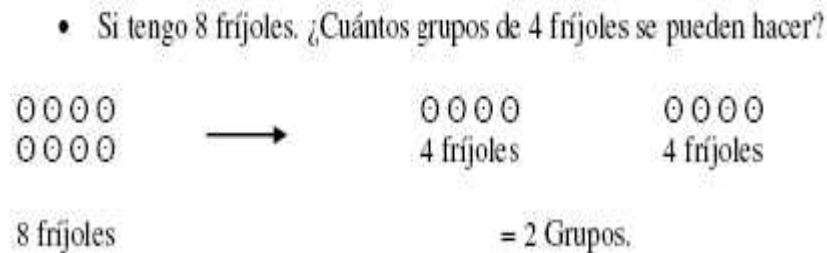
1. Es claro de acuerdo con el marco teórico abordado y teniendo en cuenta los postulados de Jean Piaget, que el niño a la edad comprendida entre los 7 y los 11 años, se encuentra en un período llamado de las operaciones concretas.

En esta etapa, la manipulación de objetos con los cuales pueda operar observando y activando el sentido del tacto, serán de gran aporte para la introspección del concepto abstracto que se quiere construir; por lo que se recomienda el uso de objetos con los cuales el niño pueda manipular, para facilitar la comprensión de la operación que realiza; tales como semillas, tarjetas, juguetes, láminas, entre otros objetos de acuerdo con las posibilidades que el entorno le pueda brindar.

Es importante también anotar que durante la introducción al tema, se busque que las divisiones sean mediante repartos sencillos y exactos.

Habiendo realizado estos experimentos se puede acercarse al concepto de división y escribir algunas ideas gráficas para dar un inicio a la abstracción del concepto, es decir:

#### Figura 4. Ideas gráficas

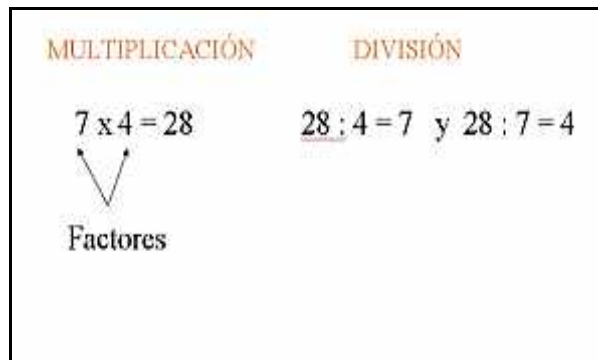


Es claro anotar que hasta el momento no se ha introducido ningún símbolo  $/$ ,  $\div$ , , esto con el fin de familiarizar el concepto de división con la noción de repartos iguales. Afianzando mediante ejercicios creados en clase a partir de experiencias del estudiante en su casa y en su patio de recreo los que se realizarán con semillas y dibujos como estrategia infantil.

#### 4.1.2 Pasar de lo concreto a lo abstracto de manera procesual

2. Cuando el maestro esté seguro que los estudiantes comprenden y solucionan cualquier tipo de situación en donde deban realizar procesos de repartición, puede empezar a dar el paso de lo concreto a lo abstracto, empezando por la relación que puede establecerse entre la multiplicación y la división.
3. Se sugiere que las etapas anteriormente mencionadas el docente las trabaje utilizando material concreto y luego se apoye en dibujos o esquemas que representen las divisiones sugeridas para avanzar de manera pausada y sistemática a la abstracción.
4. Luego de que el estudiante asocie con facilidad el concepto de división con el de repartición en partes iguales, se sugiere el desarrollo de actividades que les permita a los estudiantes, relacionar la división como una operación inversa a la multiplicación. Por ejemplo:

**Figura 5. Ejemplo**



Este tipo de ejercicios les servirá a los niños, para memorizar y afianzar las tablas de multiplicar y comenzar a dividir haciendo uso de la memoria también.

#### **4.1.3 Comprender los términos de la división y su función**

5. Como tercera sugerencia metodológica, es importante que el educador incorpore en una tercera fase, la conceptualización propia de los términos de la división; haciendo hincapié en las características y funciones que desempeña cada término, para que el estudiante lo asimile y apropie.

Cabe resaltar que hasta el momento, los pasos sugeridos se trabajen bajo la mirada de la división exacta principalmente y luego de que el estudiante lo maneje con solidez, puede pasarse al concepto y características de la división inexacta.

6. Será importante que al desarrollar ejercicios de división, el maestro inicie trabajando, teniendo en cuenta que la primera cifra del dividendo sea igual a la primera cifra del divisor, luego la primera cifra del dividendo con una cifra igual en el divisor y por último la primera cifra del dividendo siendo menor a la primera cifra del divisor.

#### **4.1.4 La evaluación de proceso como estrategia para retroalimentar**

7. Ya adentrado en la abstracción de la división como operación matemática, es importante que el docente de una mirada a las causas por las cuales un estudiante no puede operar; buscando dentro de las tres operaciones básicas que aportan a la resolución (suma, resta o multiplicación) cuál es la que le

ocasiona mayores problemas para así desarrollar actividades de retroalimentación sobre ellas.

8. Cuando el estudiante tenga un manejo adecuado de la división en sus expresiones más sencillas, puede irse aumentando el tamaño del dividendo, pero no del divisor; para fortalecer el proceso de resolución y familiarizar al estudiante con el paso a paso.
9. Posteriormente, cuando el docente se asegure del manejo de este tipo de procedimientos por parte del estudiante, podrá iniciar a agregar dos cifras en el divisor; teniendo en cuenta que sea un cero y haciendo el mismo proceso en el dividendo, es decir, agregando un cero al final.
10. Se sugiere que para la incorporación de divisiones con dos cifras en el divisor, se tengan en cuenta las siguientes indicaciones:
  - Ser exacta.
  - El primer dígito del divisor ser mayor que el segundo dígito.
  - Empezar con divisiones en las cuales el primer dígito del dividendo sea mayor que el primer dígito del divisor.
  - Luego que el primer dígito del dividendo sea igual al primer dígito del divisor.
  - Por último, el primer dígito del dividendo sea menor que el primer dígito del divisor.
11. También se recomienda, hacer el mismo paso a paso de incorporación del algoritmo iniciando con divisiones exactas y posteriormente divisiones inexactas.
12. Por último existen dos posibles vías para el paso a la división con 3 o más cifras:

- Un camino es a través de los números redondos, ya no realizar las divisiones entre 2 sino entre 200, para ellos se pueden retomar los ejercicios planteados en el primer nivel de abstracción y plantearlos con 2 ceros, tanto en el dividendo como en el divisor, o también los ejercicios planteados en el segundo nivel y tan solo aumentar un 0 (cero), es decir, dividir entre 210 y no entre 21.
- El otro camino es utilizar ceros intercalados en el divisor y ser creativos con el diseño de las divisiones.

**4.1.5 Rol del maestro en el aula de clase.** Es importante también hacer hincapié en la manera como el maestro realiza su labor de mediación en el proceso de enseñanza; por lo que se sugieren a continuación, algunas actitudes y estrategias que pueden ser tenidas en cuenta por el maestro, para hacer de la enseñanza, una posibilidad más efectiva de aprendizaje en los niños.

1. Demostrar que comprenden el desarrollo del niño, proporcionando actividades y materiales apropiados.
2. Tratar a cada niño como una persona única.
3. Ayudar a los niños a manejar los conflictos; en este sentido, la maestra no debe solucionar los problemas, sino que debe presentarle al niño las distintas alternativas para que pueda resolverlos por sí mismos. La maestra debe ayudar a que los niños hablen sobre el problema, comprendan qué lo provocó, y decidir entre los implicados cuál sería la solución.
4. Aceptar los sentimientos de los niños. Guiar el aprendizaje de los niños; aquí la maestra debe tener claridad sobre las capacidades, fortalezas y debilidades de cada niño en todas las áreas del desarrollo, con el fin de ofrecer oportunidades de aprendizaje.
5. Actuar como modelos de su papel, es decir, la maestra debe ser coherente entre lo que dice y hace dentro y fuera del ámbito escolar.
6. Mostrar respeto a los demás adultos que son importantes para el niño. La forma como los niños sienten acerca de sí mismos está íntimamente relacionada con sus sentimientos hacia la familia, los amigos y la comunidad. Los maestros que respeten y se den cuenta de esto, serán más eficaces en el salón de clase.

José Martí, a los maestros: “la motivación que sentimos se explica a partir de la admiración y el amor por la docencia” tomando en cuenta la psicología de la motivación, más que a experiencia sentimos el amor por la docencia y por nuestros estudiantes.

A partir de lo anteriormente expuesto, se espera que las orientaciones pedagógicas, contribuyan a la mejora en el proceso de aprendizaje del algoritmo de la división, a los maestros que decidan aplicarlas.

## 5. CONCLUSIONES

Desarrollada la presente intervención, se concluye a partir del proceso realizado lo siguiente:

1. La matemáticas como área del saber, históricamente ha causado diversas dificultades para su aprendizaje por parte de los estudiantes; debido a errores y vicios en los procedimientos de resolución de algoritmos, que son adquiridos por fallas en los procesos de enseñanza o falta de retroalimentación en los mismos.
2. Si estos errores o vicios en los procedimientos ocurren en las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación) y en especial la división, seguramente el nivel de dificultad en la comprensión de operaciones matemáticas más complejas irá aumentando en la medida que el estudiante avanza de un grado a otro; por lo que es importante que el docente tenga presente los principales errores, para de esta manera intervenir de manera efectiva con estrategias que contribuyan a disminuir o eliminar dichos errores.
3. La identificación de errores en el procedimiento para la resolución de algoritmos como el de la división, es un ejercicio importante que le permite a los docentes crear conciencia de la manera como los estudiantes están comprendiendo los procedimientos matemáticos, para así poder implementar estrategias que ayuden a superar dichos errores y a nivelar los aprendizajes.
4. La creación de autoconciencia por parte de los educadores sobre el rol formativo que desempeñan y su papel en la formación de las competencias que les permita a los estudiantes desenvolverse de manera sistemática y con un mayor grado de exigencia en la medida en que avanzan en su proceso formativo es sin duda una de las mejores ganancias para la educación.
5. Es claro que la principal responsabilidad de la formación, recae en el docente; quien es el que define la ruta a seguir en la adquisición de aprendizajes por parte de los estudiantes; por lo que en la medida que investigue sobre su quehacer y aplique diversas metodologías, seguramente los resultados le serán de gran utilidad para la transformación de su práctica pedagógica.
6. La investigación cualitativa como método de investigación social, contribuye a la interpretación de los fenómenos humanos; dando a los actores el trato no

como objetos de observación, sino de sujetos que ofrecen evidencias, para establecer interpretaciones de una problemática, que se indaga; siendo el fenómeno educativo uno de los que ofrece mayor información para la comprensión de lo que el estudiante como actor principal puede pensar, sentir y actuar frente a un tema en específico.

7. Es importante reafirmar la necesidad de que en el proceso de aprendizaje haya una mayor vinculación y compromiso de la familia y de los estudiantes; ya que en la medida que estos refuercen en casa los aprendizajes que van adquiriendo, será posible una mejor apropiación de los saberes, competencias y habilidades que se pretenden alcanzar por parte de la escuela.

## 6. RECOMENDACIONES

Luego de realizada la presente investigación es importante que se tengan en cuenta los siguientes aspectos que se sugieren, a partir de las observaciones y registros desarrollados.

Para la Institución Educativa a través de los directivos, se sugiere tener en cuenta la experiencia, para que dentro del desarrollo institucional se realicen procesos de reflexión por equipos de docentes buscando identificar las principales debilidades y fallas en las que incurren los niños al momento de desarrollar operaciones matemáticas, con el fin de definir estrategias conjuntas a partir de las experiencias de los docentes.

A los padres de familia se les recomienda un mayor acompañamiento en los procesos de aprendizaje de sus hijos; que garantice una mayor retroalimentación en casa de las operaciones básicas, para de esta manera fortalecer los demás aprendizajes que se vayan dando en la medida en que avanzan por la educación media.

A los docentes se les recomienda tener en cuenta las sugerencias metodológicas propuestas, con el ánimo de contribuir a que la división como operación básica de las matemáticas sea apropiada de manera efectiva por parte de los estudiantes; no sólo en los grados altos de primaria, sino en los grados más pequeños que son los que fundamentan los principios básicos del aprendizaje de esta área.

## BIBLIOGRAFÍA

ALLIAUME, Javier. Didáctica de la matemática. Concepto de número, los sistemas de numeración [en línea]. Disponible en Internet en: <http://www.monografias.com/trabajos25/didactica-de-matematica/didactica-de-matematica.shtml>.

APRENDIENDO MATEMÁTICAS. Etapas del desarrollo cognitivo según Piaget [en línea]. Disponible en Internet en: <https://aprendiendomatematicas.com/etapas-de-desarrollo-cognitivo-segun-piaget/>

ARIAS, F. El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica. Caracas: Editorial Episteme, 2012.

ASAMBLEA NACIONAL CONSTITUYENTE. Constitución Política de Colombia. Bogotá: La Asamblea, 1991.

AUSUBEL, D. Psicología educativa. México: Editorial Trillas, 1990.

BISQUERRA, Rafael. Metodología de la investigación educativa. Madrid: La Muralla, 2004.

BOZ DE BUZEK, M. El juego y su valor educativo. Revista del Instituto de Investigación Educativa. Tomo 63, s.f.

Castro, E. Desarrollo del pensamiento matemático infantil [en línea]. Disponible en Internet en: <http://wdb.ugr.es/~encastro/wp-content/uploads/DesarrolloPensamiento.pdf>

CASTRO, E. Pensamiento numérico y educación matemática. En CARDEÑOSO, J. y PEÑAS, M. Conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas. Granada.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1278. (19, junio, 2002). Por el cual se expide el Estatuto de Profesionalización Docente. Bogotá: El Ministerio, 2009.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1290. (16, abril, 2009). Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Bogotá: El Ministerio, 2009.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1860. (3, agosto, 1994). Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. Bogotá: El Ministerio, 1994.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Ley 115. (8, febrero, 1994). Por la cual se expide la ley general de educación. Bogotá: El Ministerio, 1994.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: El Ministerio, 2008.

CUADERNO DE CULTURA CIENTÍFICA. El origen de los signos matemáticos [en línea]. Disponible en Internet en: <https://culturacientifica.com/2016/01/27/el-origen-de-los-signos-matematicos/>

FARIAS, D. Estrategias lúdicas para la enseñanza de la matemática en estudiantes que inician estudios superiores. Revista Informe de Investigaciones Educativas, 2010. vol. 25, no. 1, p. 51-64.

GODINO, J. Matemática y su didáctica para maestros. Granada: Universidad de Granada, 2003.

HEINZE, A. Mistake-handling activities in the mathematics classroom. En: HENESTROZA, J. Los errores en el aprendizaje de la matemática [en línea]. Disponible en Internet en: <http://macareo.pucp.edu.pe/~jhenost/articulos/errores.htm>.

HERNÁNDEZ, P. Psicología de la educación, corrientes actuales y teorías aplicadas. México: Editorial Trillas, 1991.

KEMMIS, S. y MAC TAGGART, R. Cómo planificar la investigación-acción. Barcelona: Laertes. 1988.

LATORRE, A. La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa. Barcelona: Graó, 2003.

MITCHEL, Gregory. Etapas del desarrollo cognitivo [en línea]. Disponible en Internet en: [http://trans4mind.es/articulos/Gregory/etapas\\_desarrollo\\_cognitivo.html#.WdLMpY\\_WzIU](http://trans4mind.es/articulos/Gregory/etapas_desarrollo_cognitivo.html#.WdLMpY_WzIU)

ORIENTACIONES PADRES. Niños dispersos desatentos [en línea]. Disponible en Internet en: <http://wwworientacionespadres.com/2010/05/niños-dispersos-desatentos-add-adhd.html>.

OSPINA, L. Principales dificultades cognitivas para el aprendizaje de matemática en primaria. Medellín: Universidad Católica Luis Amigó, s.f.

PSICOACTIVA. Las 4 etapas del desarrollo cognitivo infantil de Piaget [en línea]. Disponible en Internet en: <https://www.psycoactiva.com/blog/4-etapas-desarrollo-cognitivo-jean-piaget/>

QUINTANA CHILITO, Yesid. Didáctica para el desarrollo de pensamiento matemático. Compilación. Leticia: Universidad de la Amazonia, s.f.

RAMÍREZ, Robinson. Impacto de los juegos matemáticos en la historia [en línea]. Disponible en Internet en: <https://matematicasbasicas12.wordpress.com/2012/02/21/impacto-de-los-juegos-matematicos-en-la-historia/>.

REGADER, Bertrand. La teoría de las inteligencias múltiples de Gardner [en línea]. Disponible en Internet en: <https://psicologiaymente.net/inteligencia/teoria-inteligencias-multiples-gardner>

REYS, R.; BESTGEN, B.; RYBOLT, J. y Wyatt, J. Processes used by good computational estimators. En: Journal for Research in Mathematics Education, 1982, vol. 13, no. 3, p. 183-201.

RICO, L. Didáctica de las matemáticas e investigación [en línea]. Disponible en Internet en: <http://funes.uniandes.edu.co/510/1/RicoL00-138.PDF>


RICO, L. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas [en línea]. Disponible en Internet en: <http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF>

SEGOVIA, I.; CASTRO, E.; CASTRO, E. y Rico, L. Estimación en cálculo y medida. Madrid: Síntesis, 1989.

SKEMP, R. Psicología del aprendizaje de las matemáticas. 2 ed. Madrid: Ediciones Morata, 1993.

# **ANEXOS**

## Anexo A. Prueba diagnóstica

	<b>Institución Educativa Escuela Normal Superior Ocaña</b>	J. JUAN VALE
---	--	--------------

**PRUEBA DIAGNOSTICA**  
Prueba diagnóstica de competencias matemáticas para los niños de grado 4 y 5 de la Sede Educativa La Fría CER La Divina Esperanza.

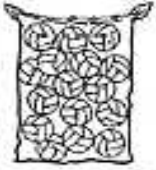
Objetivo: Conocer el nivel de competencia de los niños de los grado 4 y 5 en el área de matemáticas en el proceso de la división.


Nombre Juan vaive ocaña villa mia  
Grado 5  
Fecha 4 de 07

Selecciona con un círculo la respuesta correcta

- ¿Cuál de estos signos pertenece a la operación de la división?  
a) +  
b) -  
c) ÷  
d) ×
- ¿Cuál de estas operaciones es una división?  
a)  $234+32$       b)  $142 + 232$       c)  $632 \times 2$       d)  $543 - 123$
- Los términos de la división son:  
a) Minuendo, sustraendo, diferencia  
b) Factores y producto.  
c) Sumandos, resultado  
d) Dividendo, divisor, cociente y residuo.
- Observa la gráfica y selecciona la respuesta correcta

¿Cuántas pelotas corresponderán a cada niño?





4 PELOTAS PARA cada niño

Via Universidad Francisco de Paula Santander.  
Teléfonos: 5626322 – 5626066. Telefax: 562 60 66 Ocaña N. de S  
E-mail: [normalsuperiorocana@gmail.com](mailto:normalsuperiorocana@gmail.com)



- a) 6
- b) 12
- c) 23
- d) 4

5. Completa la representación gráfica de cada división y escribe el resultado

DIVIDE EN 3 PARTES		→	$9 \div 3 = \dots$
DIVIDE EN 2 PARTES		→	$8 \div 2 = \dots$
DIVIDE EN 4 PARTES		→	$12 \div \dots = \dots$
DIVIDE EN 6 PARTES		→	$12 \div \dots = \dots$

6. El resultado de la siguiente división es

- a) 6
- b) 7
- c) 4
- d) 3

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 62} \\ \underline{- 60} \phantom{0} \\ 20 \end{array}$$

7. Para la anterior división el residuo corresponde a

- a) 2
- b) 4
- c) 5
- d) 7



*Institución Educativa Escuela  
Normal Superior Ocaña*

1400 pesos

8. Si el total del precio de un viaje a Cartagena es de 3985 pesos y vamos 6 personas. ¿Cuánto pagaremos cada una?

- a) 665
- b) 663
- c) 664
- d) 667

9. Observa la gráfica y selecciona la respuesta correcta



- a) 135
- b) 225
- c) 250
- d) 420

10. Sonia quiere comprar calcomanías de dinosaurios. Si cada sobre le cuesta \$358. ¿Cuántos sobres puede comprar con \$ 8.592?

- a) 34
- b) 25
- c) 24
- d) 37

11. Comprueba si las siguientes divisiones están bien resueltas. Si no es así, corrige el error.

$$\begin{array}{r} 8\ 833 \quad L\ 32 \\ 043 \quad 2130 \\ 113 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6\ 877 \quad L\ 28 \\ 43 \quad 273 \\ 172 \\ \hline 02 \end{array}$$

Via Universidad Francisco de Paula Santander,  
Teléfonos: 5826322 – 5826088. Telefax: 562 60 68 Ocaña N. de S  
E-mail: [normalsuperiorocana@gmail.com](mailto:normalsuperiorocana@gmail.com)




*Institución Educativa Escuela  
Normal Superior Ocaña*

Jhon Jairo

12. Describe con tus palabras cuales son los pasos que realizas para hacer una división.

tomo una cifra miro si acaba en el numero del divisor  
con el de losa puedo controlar que la division  
me quede bien es donde miro cuantos veces puedo caber

## Anexo B. Entrevista a estudiantes

	<i>Institución Educativa Escuela Normal Superior Ocaña</i>	164738
---	--	--------

### INSTRUMENTO # 2 ENTREVISTA A ESTUDIANTES.

#### IMPORTANCIA DE LA MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LOS GRADOS 4 Y 5 DE BÁSICA PRIMARIA

**Objetivo:** Identificar en los estudiantes sus concepciones acerca de la división como operación matemática y los errores que cometen.

**Fecha:** 04 de septiembre 2017

**Lugar:** Sede Educativa La Fría Centro Educativo La Divina Esperanza.  
Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata

**Niños observados:** 6

**Investigadoras:** Carmensa Duran Jiménez, Alejandra Villalba Torres

### ENTREVISTA A ESTUDIANTES.

Estimado estudiante:

Le solicito de manera respetuosa, responda con la mayor sinceridad a las preguntas que a continuación se le formulan. El propósito es el de recolectar información con fines académicos.

1. Te gusta la asignatura de matemáticas? ¿Por qué? Si por que podemos resolver cosas como la división multiplicación cosas que sirven mucho
2. ¿Consideras importante el aprendizaje de la división en la escuela? ¿Por qué? si por que cuando uno esta grande se puede ayuda para resolver cosas como dejas e Jumber / e Plata et uno tiene un negocio
3. ¿Cuándo operas con la división cuáles son las principales dificultades que consideras posees para desarrollar la operación? encontrar el numero
4. ¿Identificas los términos en una división? ¿Sabes cuál es la función de ellos? dividendo, divisor, cociente y residuo la función es ayudar a la división

Vía Universidad Francisco de Paula Santander.  
Teléfonos: 5626322 – 5626098. Telefax: 562 60 68 Ocaña N. de S  
E-mail: normalsuperiorocana@gmail.com



*Institución Educativa Escuela  
Normal Superior Ocaña*

5. ¿Qué tipo de divisiones se te facilitan más? ¿De una cifra o de más de una cifra? Justifica u respuesta.

de dos cifras y de una porque los dos  
son iguales para resolver.

6. ¿Qué es lo primero que haces cuando inicias el proceso de operar con divisiones?

buscar la primera cifra.

7. ¿Sabes en qué casos las divisiones no se pueden desarrollar y cuál es el procedimiento a seguir?

cuando el dividendo es menor que el  
divisor.

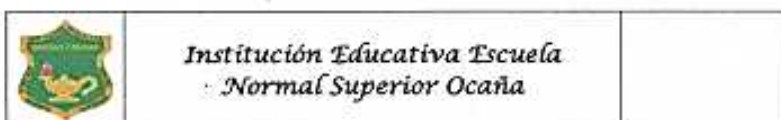
8. ¿Conoces la diferencia entre una división exacta y una división inexacta?

no sé.

9. ¿Eres capaz de desarrollar divisiones con presencia de ceros en el dividendo o divisor? ¿Por qué?

sí porque son iguales a los que no  
tienen ceros.

## Anexo C. Entrevista a padres de familia



### INSTRUMENTO #3 ENTREVISTA A PADRES DE FAMILIA

#### ACTITUD DE LOS PADRES FAMILIA FRENTE AL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

**Objetivo:** Identificar la manera como los padres perciben la división como operación matemática

**Fecha:** 04 de septiembre 2017

**Lugar:** Sede Educativa La Fria Centro Educativo La Divina Esperanza.

Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata

**Niños observados:** 6

**Investigadoras:** Camensa Duran Jiménez, Alejandra Villaiba Torres

#### ENTREVISTA A PADRES DE FAMILIA.


Estimado padre de familia,

Le solicito de manera respetuosa, responder a las siguientes preguntas con la mayor sinceridad. El propósito es recolectar información que sirva de soporte para un proceso investigativo

1. ¿Cuál es la utilidad que consideras tienen la división como operación matemática?  
El mejor manejo de las cuentas en el hogar
2. ¿consideras que esta operación matemática es fácil de aprender para tu hijo? ¿Por qué?  
Si siempre y cuando se sepa las tablas de multiplicar
3. ¿Qué aprendizajes matemáticos crees debe tener un estudiante para que opere la división sin dificultad?  
Saber las tablas de multiplicar
4. ¿Consideras que saber las tablas de multiplicar es fundamental para hacer divisiones de manera correcta?  
Si son fundamentales a la hora de dividir.
5. ¿Crees que la división es útil en la vida cotidiana de las personas? ¿En qué aspectos?  
Si porque nos ayuda a llevar las cuentas en el hogar.

Via Universidad Francisco de Paula Santander.  
Teléfonos: 5626322 – 5626066, Telefax: 562 60 66 Ocaña N. de S  
E-mail: [normalsuperiorocana@gmail.com](mailto:normalsuperiorocana@gmail.com)

## Anexo D. Encuesta a estudiantes

	<i>Institución Educativa Escuela Normal Superior Ocaña</i>	<i>Cendida</i>
---	--	----------------

### INSTRUMENTO #4 ENCUESTA A ESTUDIANTES

#### DISPOSICIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LOS GRADOS 4 Y 5 DE BÁSICA PRIMARIA HACIA LAS MATEMÁTICAS

**Objetivo:** Determinar el grado de disposición de los estudiantes de los grados 4 y 5 de básica primaria hacia las matemáticas.

**Fecha:** 04 de septiembre 2017

**Lugar:** Sede Educativa La Fria Centro Educativo La Divina Esperanza.  
Corregimiento Luisa Vero Municipio Sardinata

**Niños observados:** 6

**Investigadoras:** Camensa Duran Jiménez, Alejandra Villaiba Torres

#### ENCUESTA A ESTUDIANTES

Estimado Estudiante:

Lee detenidamente y selecciona la respuesta que consideres:

1. Consideras que la división con relación a las demás operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) es

Fácil de aprender

Difícil de aprender

2. Para realizar divisiones consideras necesario el aprendizaje de las tablas de multiplicar?

Si

No


3. Consideras que la resta es una operación necesaria para aplicar a la división?

Si

No

Vía Universidad Francisco de Paula Santander.  
Teléfonos: 5526322 – 5526398. Telefax: 552 60 65 Ocaña N. de S  
E-mail: [normalsuperiorocana@gmail.com](mailto:normalsuperiorocana@gmail.com)

## Anexo E. Encuesta a estudiantes

	<i>Institución Educativa Escuela Normal Superior Ocaña</i>	<i>Censada</i>
---	--	----------------

### INSTRUMENTO #4 ENCUESTA A ESTUDIANTES

#### DISPOSICIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LOS GRADOS 4 Y 5 DE BÁSICA PRIMARIA HACIA LAS MATEMÁTICAS

**Objetivo:** Determinar el grado de disposición de los estudiantes de los grados 4 y 5 de básica primaria hacia las matemáticas.

**Fecha:** 04 de septiembre 2017

**Lugar:** Sede Educativa La Fria Centro Educativo La Divina Esperanza.

Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata

**Niños observados:** 6

**Investigadoras:** Camensa Duran Jiménez, Alejandra Villaiba Torres

#### ENCUESTA A ESTUDIANTES

Estimado Estudiante:

Lee detenidamente y selecciona la respuesta que consideres:

1. Consideras que la división con relación a las demás operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) es

Fácil de aprender

Difícil de aprender

2. Para realizar divisiones consideras necesario el aprendizaje de las tablas de multiplicar?

Si

No

3. Consideras que la resta es una operación necesaria para aplicar a la división?

Si

No

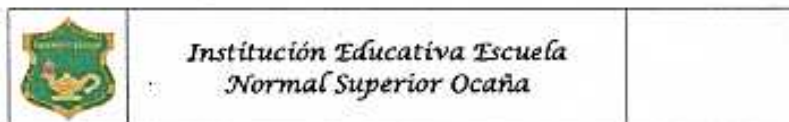
Via Universidad Francisco de Paula Santander.  
Teléfonos: 5626322 – 5626098. Telefax: 562 60 65 Ocaña N. de S  
E-mail: [normalsuperiorocana@gmail.com](mailto:normalsuperiorocana@gmail.com)



*Institución Educativa Escuela  
Normal Superior Ocaña*

4. Para cada una de los siguientes enunciados determina con un **SI** o un **NO** si te causa dificultad dicho procedimiento al realizar las divisiones:
- a. Identificar los términos de la división Si  No
  - b. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor Si  No
  - c. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo Si  No
  - d. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo Si  No
  - e. Probar la división para determinar si quedó bien realizada Si  No
  - f. Operar con divisiones donde esté presente el cero Si  No

## Anexo F. Encuesta a docentes



### INSTRUMENTO #5 ENCUESTA A DOCENTES

#### PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS

**Objetivo:** Determinar las dificultades que los docentes observan en la enseñanza de la división.

**Fecha:** 04 de septiembre 2017

**Lugar:** Sede Educativa La Fria Centro Educativo La Divina Esperanza.

Corregimiento Luis Vero Municipio Sardinata

**Niños observados:** 6

**Investigadoras:** Carmensa Duran Jiménez, Alejandra Villalba Torres

#### ENCUESTA A DOCENTES

Estimado docente

La presente encuesta tiene como propósito obtener información con fines académicos. Lea detenidamente las preguntas y seleccione la respuesta que mejor considere:

1. Para cada una de las siguientes opciones señala con SI o NO si consideras que le genera dificultad en el aprendizaje de la división a los estudiantes
  - a. Identificar los términos de la división Si  No
  - b. Separar las cifras del dividendo para relacionarlas con el divisor Si  No
  - c. Encontrar el número que multiplicado por el divisor se aproxime al dividendo Si  No
  - d. Realizar la resta del producto del divisor con el dividendo Si  No
  - e. Probar la división para determinar si quedó bien realizada Si  No
  - f. Operar con divisiones donde esté presente el cero Si  No

Via Universidad Francisco de Paula Santander.  
Teléfonos: 5826322 – 5826068. Telefax: 582 60 88 Ocaña N. de S  
E-mail: [normalsuperiorocana@gmail.com](mailto:normalsuperiorocana@gmail.com)



*Institución Educativa Escuela  
Normal Superior Ocaña*

2. Consideras fundamental que un estudiante domine las tablas de multiplicar para operar la división?

Si  No

3. Una de las razones que consideras causa mayor dificultad el aprendizaje de la división en los niños es (Señala una)

- a. Falta de dominio de las tablas de multiplicar
- b. Falta de dominio en la operación de la resta
- c. Falta de ejercitación de dicha operación en casa
- d. Falta de atención al procedimiento para operar en clase
- e. Otra  ¿Cuál? \_\_\_\_\_

4. Consideras importante el aprendizaje de la división para el contexto de los niños porque

- a. Deben aprender a repartir cantidades de manera equitativa
- b. El contexto donde viven les exige saber dividir
- c. Probablemente no sigan estudiando y sea necesario que dominen la división
- d. Otra  ¿Cuál? \_\_\_\_\_

## Anexo G. Evidencias

### Prueba Diagnóstica





**Entrevista y encuesta a estudiantes**





**Encuesta a padres de familia**





**Encuesta a Docentes**



